

以“蒙特卡洛法”项目驱动的高中信息教学设计

高阳

深圳中学, 广东 深圳 518000

摘要：项目驱动式教学能够有效激发学生的主动性，培养学生利用各科知识解决实际问题的计算思维。本文将项目式学习与 Python 编程有机结合，构建了一种以统计学的“蒙特卡洛方法”为基础，编写程序求解特定部分面积的项目式学习流程，并介绍了该项目式学习中“确定选题、导入课堂、过程梳理、拓展探究”等若干主要步骤。

关键词：项目驱动；计算思维；教学设计；蒙特卡洛方法

中图分类号：G642.2

文献标识码：A

文字编码：2023040203

High School Information Teaching Design Driven By "Monte Carlo Method" Project

Gao Yang

Shenzhen Middle School, Shenzhen, Guangdong 518000

Abstract： Project-driven teaching can effectively stimulate students' initiative and cultivate their computational thinking to solve real-world problems using knowledge from various subjects. This paper organically integrates project-based learning with Python programming to construct a project-based learning process based on the Monte Carlo method in statistics, where students write programs to solve for the area of specific regions. The paper introduces several key steps in this project-based learning approach, including selecting a topic, introducing it in the classroom, process structuring, and extended exploration.

Key words： project-driven; computational thinking; instructional design; Monte Carlo Method

一、背景介绍

项目驱动式教学 (Project-driven teaching) 着重于从真实情境中提取问题，驱动学生的学习主动性，有机整合学科内容与真实问题，以此锻炼学生学以致用解决实际问题的思维能力。项目驱动式教学理念自提出时便获得了广泛关注，各国均使用项目式教学结合自身情况开展课程设计。

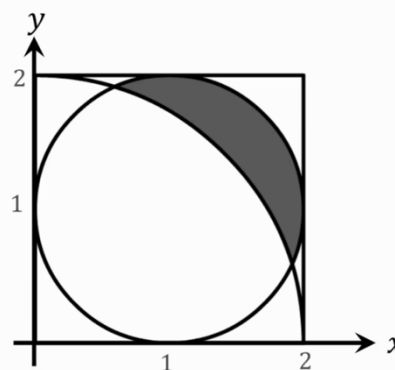
我国《普通高中信息技术课程标准 (2017年版)》提出，信息技术课程要注重学生的信息素养和问题解决能力等高阶思维能力^[1]。信息技术教学中采用 Python 编程语言作为教学内容的做法已经逐渐普及，将项目式学习与 Python 编程有机结合，重构高中信息技术课的做法，不仅具有可行性，而且具有较高的价值^[2]。项目式学习用问题引领学生的学习方向，学生在不断尝试解决问题的过程中，综合使用 Python 编程知识点，融会贯通，问题解决能力能够得到有效的锻炼^[3-5]。本文将“蒙特卡洛法求阴影部分面积”一课为例，试介绍项目驱动式 Python 编程教学的主要过程。

二、项目选择

寻找一个合适的研究项目是项目式教学的重点。合适的研究项目应当具有 (1) 明确的学科背景；(2) 可探究性，即无法直

接得到或者直接求解的难度较高，需要经过实验或者计算机模拟方法得出；(3) 难度适合高中阶段学生的能力。

本文选择了“蒙特卡洛法求阴影部分面积”作为研究问题 (如图 1 所示)。蒙特卡洛方法求阴影部分面积的基本原理是，首先确定一个包含待求部分而且容易计算面积的区域，然后在其中随机投点，进而统计落在该区域内的点数和投点总数的比值，即可得到阴影部分的面积。为增大精确性，往往需要投点的总数较大，因此手动统计落在特定区域内的点数十分困难，此时可以引入计算机模拟方法作为探究手段。



> 图 1. 探究问题示意图：求阴影部分面积

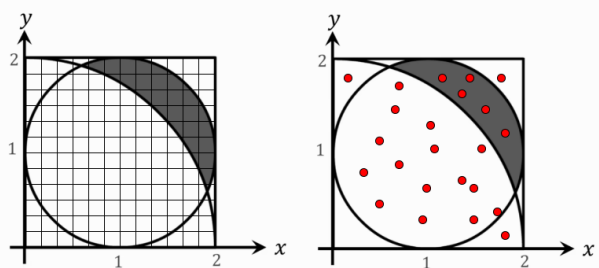
本项目并非拼凑的编程题目，而是对数学知识和 Python 编程的有机整合。前文提到的蒙特卡洛方法是一种经典的统计学工

具，学生可以通过本项目，深入理解数学的概率与统计知识。在本项目中，学生需要综合使用选择结构（if-else），循环结构（for），随机数模块（random）和自定义函数等知识，因此使用Python编程工具解决数学问题的能力可以得到充分的锻炼。确定研究问题后，下文将详述本项目的三个基本步骤：问题导入、流程梳理、拓展探究。

三、问题导入

恰当的导入问题能够激发学生的积极性，调动学习动机。本课开始时，教师可以请学生回忆以前所学过的求解阴影部分面积的知识，并提出问题：如果所求区域形状不规则，有哪些方法可以求面积？学生自由讨论后，将给出“割补法”、“辅助线法”等多种方法。随后，教师可以把待求区域画在一个已知边长的正方形内部，并讲解演示待求区域的面积与正方形面积的比值是一个定值。所以求解阴影部分面积的问题转化为，只要能找到一种方法，求出阴影部分面积与正方形面积的比值，就可以得到未知区域的面积。

教师展示蒙特卡洛原理演示图（如图2所示）。



> 图2 蒙特卡洛求阴影部分面积原理

观察可知，通过划分正方形网格，未知区域被分成了若干个小块，因此可以近似地用该区域中小正方形的数量表示阴影部分的面积。不难看出，划分得到的小正方形总数越多，则阴影部分的面积越精确。极限条件下，每个小正方形都缩小成为单独的点，因此可以将计算区域内小正方形的数量变为统计区域内点的数量，并得到如下公式：

其中为阴影部分中点的数量，为大正方形中点的数量，为大正方形面积。

四、梳理流程

教师引导学生用纸笔模拟随机投点，然后尝试测算阴影部分面积。不难看出，由于手动取点数量有限，而且无法保证投点的随机性，因此得到的结果波动比较明显，而且误差较大。随后，教师提示学生根据前文提及的数学推导过程，画出求解阴影部分面积的流程图。这一步可以帮助学生梳理问题，理解蒙特卡洛的原理，同时将复杂的过程分解为可求解的子问题。本项目的子问题包括：（1）如何用程序模拟在正方形区域内随机投点？（2）如何计算阴影部分内点的数量？（3）如何计算得到阴影部分的

面积？

确定了如何分解问题后，教师引导学生使用Python编程的知识将各个子问题转换为计算机程序，并根据流程图组合成完整代码（如图3所示）。

```

1 import random
2
3 def calc(n):
4     count=0
5     for i in range(n):
6         x=2*random.random()
7         y=2*random.random()
8         if x**2+y**2>=4 and (x-1)**2+(y-1)**2<1:
9             count+=1
10    return 4*count/n
11
12 n_points=[10000,100000,1000000,10000000]
13 for n in n_points:
14     print("投点个数: {}, 待求区域面积为: {}".format(n,calc(n)))
15

```

> 图3 蒙特卡洛法完整代码

其中，子问题（1）可以使用random模块产生随机数，作为投点的坐标，并通过指定参数范围来保证每个点都在正方形内。子问题（2）可以采用数学方法确定阴影部分内所有点的坐标都应当同时满足“位于圆心为（1，1），半径为1的圆内”和“位于圆心为（0，0），半径为2的圆外”两个条件，同时结合判断语句，统计阴影区域点的数量。

五、拓展探究

通过前文的程序设计，学生已经明确了程序的主要结构，但是由于学生对编程知识掌握程度不同，应当为不同水平的学生安排适合其能力的任务。对基础薄弱的学生，可以抹去第8行的if条件，以及第10行的return语句，只要求其完成重点的代码；对水平较高的学生，可以只给出函数的名称以及指定输出的格式，其他部分自行完成。对于这部分学生，可以进一步安排深层次的探索，例如可以鼓励学生改变投点总数，绘制投点总数与阴影部分面积的函数关系，进一步明确蒙特卡洛方法“取点越多，结果越趋于精确”的特点。

```

投点个数: 10000, 待求区域面积为: 0.6232
投点个数: 100000, 待求区域面积为: 0.58512
投点个数: 1000000, 待求区域面积为: 0.5858
投点个数: 10000000, 待求区域面积为: 0.5855384

```

> 图4 蒙特卡洛方法求面积的部分结果

从结果来看，蒙特卡洛方法取点数量越多，结果越接近精确值，见图4。（注：精确值约等于0.5855，计算过程见附录）

六、结语

本文以蒙特卡洛法求阴影部分面积为例，介绍了项目驱动式结合Python编程的信息技术课程的流程，主要包括“确定选题、导入课堂、过程梳理、拓展探究”等四个方面，其中Python是有效的实验工具和学习媒介。

需要指出的是，本文中阴影部分面积可以直接求解，但是需要微积分知识，超出了高中生的能力范围。而蒙特卡洛方法将该

问题转化为统计问题，高中生能够理解并完成。

蒙特卡洛法是一种经典的统计方法，已有的项目式学习中将蒙特卡洛方法用于求圆周率^[6]，其中投点的目标区域是单位圆。而本文将蒙特卡洛方法的求解区域扩展为初等数学方法难以计算的不规则图形，进一步扩展了蒙特卡洛法的适用范围，教师可以在讲解中突出该方法的普适性。

未来的项目式驱动的信息技术课程可以进一步考虑和其他学科的重点难点深度结合，如此设计出的课程不仅能够吸引学生的兴趣，而且对其他学科的学习起到促进作用，以便于培养学生从

多个视角出发看待学科知识的能力和思维习惯。

七、附录

用微积分方法可以求得本项目阴影部分的面积为：

$$\begin{aligned} S_{Area} &= 2 \int_0^{\frac{\sqrt{14}}{4}} \sqrt{1-x^2} - (\sqrt{4-x^2} - \sqrt{2}) dx \\ &= 2 \left[\frac{\sqrt{7}}{4} - 2 \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{14}}{8} \right) + \frac{1}{2} \tan^{-1} (\sqrt{7}) \right] \approx 0.5855 \end{aligned}$$

参考文献：

-
- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中信息技术课程标准（2017年版）[M]. 人民教育出版社.
 - [2] 曹蓉. 基于项目的信息技术学习——以《智能声控灯》一课为例[J]. 教育研究与评论：中学教育教学, 2020.
 - [3] 刘裕梅. 在高中信息技术项目式学习中落实学科核心素养的探究——以“了解软件的功能和开发”教学设计为例[J]. 广西教育, 2022(26): 85-88.
 - [4] 葛萱. 基于情境——项目双向建构的高中信息技术课程教学方式探索[J]. 中国教育技术装备, 2022(19): 126-128.
 - [5] 崔大勇. 项目式学习在高中信息技术教学中的应用策略[J]. 基础教育论坛, 2022(27): 110-111.
 - [6] 钱逸舟, 方璐. 项目驱动的Python编程教学设计——以“蒙特卡洛法求圆周率”为例[J]. 中国信息技术教育, 2021(18): 39-40+92.