

# 基于问题学习的常微分方程教学模式探索与实践

吴星星

新疆理工学院, 新疆 阿克苏 843100

**摘要:** 常微分方程是数学专业基础性课程之一。因课程知识较为抽象, 加大学生知识理解难度, 不利于优化学习成效。如何应用合适的教学方法, 顺利激发学生学习兴趣, 有效推进教学活动, 成为课程教师面临的一道重要课题。本文结合常微分方程教学实践, 分析应用问题为导向教学模式的必要性、课程实践教学困境, 提出具体的教学措施, 以期进一步优化教学质量。

**关键词:** 问题教学模式; 常微分方程教学; 教学对策

## Exploration and Practice of Teaching Model for Ordinary Differential Equations Based on Problem Learning

Wu Xingxing

Xinjiang Institute of Technology, Aksu, Xinjiang 843100

**Abstract:** Ordinary differential equations is one of the fundamental courses for mathematics majors. Due to the abstract nature of the course content, it increases the difficulty for students to understand the knowledge, which is not conducive to optimizing learning outcomes. How to apply appropriate teaching methods to successfully stimulate students' interest in learning and effectively promote teaching activities has become an important issue faced by course teachers. This article combines the teaching practice of ordinary differential equations, analyzes the necessity of applying a problem-oriented teaching model, and the difficulties of practical teaching in the course, and proposes specific teaching measures to further optimize teaching quality.

**Keywords:** problem-based teaching model; teaching of ordinary differential equations; teaching strategies

传统的常微分方程教学模式具有一定的应用价值, 但在锻炼学生想象力与调动学习积极性等方面作用不是很明显。此门知识繁多、碎片化, 对学生知识重构能力有着较高要求。若学生未建构完善的知识体系, 在面对生活中的实际问题时, 无法自行串联相关知识, 不利于锻炼数学思维与培养问题解决能力。以问题为导向的常微分方程教学模式注重为学生营造自主探究空间, 使他们在探究中发现问题的, 解决问题, 全面提高数学学科素养。

### 一、常微分方程教学引入问题导向教学模式的必要性

#### (一) 调动学生学习积极性的必要手段

常微分方程知识比较抽象, 知识理解难度较大。部分学生在未掌握知识后, 降低学习积极性, 在课前预习与课后作业上投入的时间与精力较少, 影响预习效果与复习效果。甚至部分学生遇到课堂问题, 未主动向教师请教, 不懂的知识点积少成多, 打击学习自信心<sup>[1]</sup>。从课后作业看, 学生作业完成度不高, 存在应付了事问题。追根溯源, 采用的教学方法、教学模式缺乏趣味性、多样性, 不利于激发学生学习兴趣。同时未充分发挥教师教学引导

作用, 导致学生未当堂掌握与消化知识。以问题为导向的教学方法则不同, 教师围绕学情、教学内容, 科学创设问题, 引导学生边思考、边探究, 提高学习积极性与优化学习成效。

#### (二) 培养学生数学思维的重要路径

从高校数学专业教学现状看, 多数教师在传授知识时注重讲解教学方法、题型与知识点, 注重培养学生计算能力, 却未充分培养学生数学思维, 不利于发展其学科核心素养。问题导向教学模式下, 教师围绕学情、教学内容创设思考问题, 为学生营造自主思考空间, 使他们边思考, 边探究问题, 疏通解题思路, 找到问题答案, 实现锻炼数学思维、培养数学学科核心素养的教学目标。

#### 课题信息:

1. 教育部产学研协同育人项目: 混合式教学模式下线性代数教师队伍建设; 项目编号: 231003492130636;

2. 科研项目: Hirota 二元贝尔多项式在  $(2+1)$  维 KdV 系统中的不同块  $k$  孤子解及其应用研究; 项目编号: ZZ202405。

作者简介: 吴星星 (1993.10-), 女, 汉族, 甘肃武威人, 研究生, 数学, 讲师, 研究方向: 常微分方程。

## 二、常微分方程课程实践教学困境

### (一) 教学内容设置缺乏合理性

部分教师在组织教学活动时,认为部分定义、章节知识未在考试中涉及,自行删减这些教学内容,或者讲课时略讲,未深入讲解稳定性、分析理论、编制问题、混沌方程相关的知识点。然而这些内容是学生从事微分方程研究的基础。因此,教师合理设置教学内容,认真讲解教材内容,有利于引导学生掌握最新的学科研究动向,激发科研兴趣<sup>[2]</sup>。

### (二) 未有效培养学生学科核心素养

常微分方程与自然界紧密连接。在课堂教学中,教师多注重进行理论分析与逻辑推导,未全面分析常微分方程应用背景,或者未向学生深入分析 Logistic 人口模型、混沌 Lorenz 方程背景知识。长微分方程的课程本质是建立能反映物理学、生物学等学科微分关系的模型<sup>[3]</sup>。然而目前的教学模式偏离此项课程教学目标,采用的教学方法单一,不利于激发学生学习兴趣,导致他们未深入理解这门课程的意义与价值,不利于培养问题探究能力与创新意识,降低学科核心素养培养成效。

## 三、问题导向法在常微分方程教学中的应用对策

### (一) 创设问题情境,激发学生学习兴趣

导弹体现国家军事实力,早在第二次世界大战,德国率先应用导弹。在经过五代发展,未来作战逐步转向超高速,不断提升自主智能化水平,实现多平台一体化发射,进一步提升实战威慑能力。以美国飞航导弹为例,配置先进的抗干扰全球定位系统、红外成像制导系统,全面提高导弹飞行精度,提高攻防能力<sup>[4]</sup>,这意味着研究导弹追踪技术意义重大。常微分方程知识是研究导弹追踪的重要知识。为激发学生学习兴趣,教师可以将大国重器作为问题创设背景,引导他们积极思考,深入理解与应用常微分方程知识,并在思考过程中锻炼自主学习能力、发展思维。教师可创设如下问题情境:“如果敌机位于地对空导弹发射基地正东100公里的高空,在同一高度1万米上空,按照340米/每秒的速率向正北方向100公里的安全区逃窜。此时基地发射导弹追踪敌机,使用680m/s的速率,自动瞄准敌机。请分析导弹的追踪轨迹,总结导弹击中敌机需要具备的条件,以及需要花费的时间。”为顺利推进教学活动,教师提前划分学习小组,以小组为单位探讨以上问题,使学生在互助、协作中找答案,锻炼自主探究能力。

### (二) 将问题作为教学支点,培养学生问题意识

合理的教学问题能引导学生回忆知识、运用知识,分析问题条件以及需要达成的目标,顺利解决问题。教师要发挥教学引导作用,鼓励学生主动思考,努力探究,不断提出问题,解决问题。学生在探究过程中,依托提前创设的问题情境,以问题为出发点,学习知识、应用知识<sup>[5]</sup>。此外,问题式教学方法有利于启发学生深入思考与讨论问题。

比如,在学习“解的存在唯一性定理”知识时,设置如下问

题。问题一:“请分析过点(0,0)与(0,1)的解是唯一的吗?”问题二:“初值问题的解是唯一的吗?”为顺利推进自主学习,引导学生分析“什么样的条件下解才是唯一的”,在思考与探究过程中不断发现问题,激起探究欲,运用学过的知识解决问题。受学习基础、学习能力等因素影响,即便部分学生迫切地想知道答案,但因无头绪、无思路,影响自主探究成效。此时教师要发挥教学指导作用,鼓励学生先观察(0,0)与(0,1)的区域不同之处是什么。经过分析,他们发现函数在两个区域内是连续性存在的,但是包含(0,0)的区域函数对y的偏导数无界,进而抛出命题:函数在区域内连续对外的偏导数有限,存在初值问题解,解是唯一的。教师进一步引导学生探究命题的正确性,并证明命题。在不断思考与探究中优化命题条件,积累问题分析经验。在学生融入探究活动后,教师适时抛出“解的存在唯一性定理”,使他们在探究过程中加深对知识的理解。

### (三) 捋顺问题解决思路,养成良好的解题习惯

问题的构成元素是有价值的语言命题,细化为目标与条件<sup>[6]</sup>。依托一组命题,构成相应的问题情境,已知条件与问题间存在认知空隙,引导学生利用学过的知识,逐步找到解决问题的方法,达成既定的目标。课堂上解决数学问题,有利于强化师生间的互动,生生间的互动,使学生在解决问题的过程中积累探究方法与培养数学思维。整个解题过程多划分为三个阶段:一是提取背景命题,即学习个体认知结构中和问题相关联的事实、概念或者原理。二是合理应用推理规则,即给出合理结论与逻辑规则。三是制定完善的策略。为顺利探究问题,教师要引导学生通过选择组合、改变操作命题等多样化方式,不断填补问题空隙,找出最终的问题答案。

比如,在学习伯努利方程求解时,先引导学生复习一一接线性微分方程的求解方法,包含常数变易法和公式法。复习完知识后,抛出思考性问题,由学生解答方程。在学生解答问题过程中,教师要引导学生运用正确的探究方法,培养数学思维,不断填补问题空隙,最终找到正确的解题思路,优化学习效果。

### (四) 检验解答过程,提升思维严谨性

思维过程决定数学思维严谨性<sup>[7]</sup>。严谨性是数学学科的重要特征。思考者要严格遵循数学规则思考问题,确保思路正确,科学进行运算与推理。在解题过程中,教师要引导学生多观察、多思考,不断运用掌握的知识去探究与解决发现的问题。同时要养成自主审判与检查思维过程的习惯。比如,找到问题解决方法后,逐步推理与验证思考过程,看思考过程是否有误,进一步填补问题空隙。鼓励学生书写出解题思路,为后续交流解题心得、积累解题经验提供支持<sup>[8]</sup>。

比如,在探究求解伯努利方程方法时,教师要求学生完成命题“设函数 $P(x)$ , $Q(x)$ 连续,通过代换 $z=y^{1-n}$ ,将方程 $dy/dx=P(x)y+Q(x)y^n$ 转化为一阶线性微分方程”的证明。为进一步检测学习成果与弥补学习短板,鼓励他们对比自己的推导成果与教材推导过程,找出不足,不断完善学习效果。培养数学思维并非一蹴而就,要接受有条不紊、持续性的训练。因此教师要合理创设问题情境,用问题引导学生捋清解题思路,不断提

升思维严谨性。

### （五）深入探究问题，培养科研精神

新时期，高校数学专业重在培育应用型与符合社会需求的复合型人才培养。教师单纯依靠教材讲解理论分析知识和传授学习方法，不利于全面培养学生实践操作能力与问题解决能力。因此，教师要持续了解常微分方程学科与相关学科的发展趋势与学术动态，增强学生创新意识，丰富其知识体系，拓展视野，为发展思维、锻炼问题探究能力奠定基础<sup>[9]</sup>。

从常微分方程教材来看，并未交代部分定义、定理的形成缘由。为辅助学生深层次理解数学知识，教师组织讨论式教学，引导他们深层次探究问题，不断强化问题探究意识。同时，在深层次探究问题过程中，再现数学知识以及知识的再创造过程。

为培养学生科研精神与锻炼科研能力，教师可布置论文撰写任务，使学生在完成文章的过程中深层次探究学科知识，在发现问题、解决问题的过程中不断强化科学研究技能。

以求解伯努利方程方法为例，在求解  $dy/dx=P(x)y+Q(x)y^n$  方程时，学生得出如下命题：“如果函数  $f(x, y)$  在矩形区域  $R$  上连续，关于  $y$  满足 Lipschitz 条件，则方程  $dy/dx=f(x, y)$  存在唯一的解  $y=\phi(x)$ ，定义于区间  $|x-x_0|\leq h$  上，连续且满足初值条件  $\phi(x_0)=y_0$ ”后，进一步抛出问题：“能进一步改变条件吗？”教师为学生提供学习资料，满足其、炒粉干搞一套出血的风险热水有很多的地方他人的土壤风他人的 fdwsrgf 究欲，支撑其进行深层次的思考。

## 三、常微分方程课程教学改革建议

### （一）阐述常微分方程应用背景，激发学生学习热情

因常微分方程知识较为抽象，教师直接向学生讲授技术知识或者理论，加大理解难度，不利于激发学生学习兴趣。微分方程

反映物质运动与过程量的相互关系，将模型穿插到教学内容，更有利于优化学生学习体验，使其直观感受知识的应用过程，知晓抽象理论能发挥什么作用。比如，应用 Duffing 方程分析桥梁发动机振动与安全性能，用生物种群模型分析人口预测对国民经济计划产生的作用。通过强化课程知识与实际生活的联结，进一步激发学生在学习热情。

### （二）丰富教学方法，培养问题解决能力

以问题为导向的常微分方程教学方法并非孤立存在的，其应与其他有价值的教学方法融合，共同培养学生的问题解决能力<sup>[10]</sup>。比如，将建模思想融入教学，有意识地培养学生建模理念以及问题探究能力。一方面，展示实际的背景模型，分析实际问题向数学问题的转化过程，依据相关理论与思想，共同建立微分方程模型，以及在现有地理理论与方法之上，求解建立的方程。

### （三）适度增加问题难度，培养学生数学思维

思想是数学的灵魂。学生只有形成系统的思想，才能不断提高创新能力。因此教师应从过往传统的理论分析为主的教学模式中跳脱出来，采用问题导向法，加大问题难度，培养学生数学思维。一是，对重要结果进行几何解释，引导学生深层次理解常微分方程知识。二是强化对代数语言的表达，使学生认知解与解间的代数关系网，不断优化代数结构。

## 四、结语

综上所述，以问题为导向的常微分方程教学模式为学生打造自主思考、探究空间，在实践中理解知识、运用知识，不断提高问题，解决能力，发展数学思维。教学有法但无定法，因此以问题为导向的教学，并无特别固定的教学模式，重要的是教师结合学情、教学内容，合理布设问题，提高教学成效。

## 参考文献

- [1] 苏日娜, 赵威. 常微分方程课程多元融合教学模式的探索与实践 [J]. 内蒙古民族大学学报(自然科学版), 2023, 38(06): 562-565.
- [2] 汤小燕, 王常春, 罗东升. 常微分方程课程教学的几点思考 [J]. 遵义师范学院学报, 2023, 25(03): 139-142.
- [3] 任佼佼, 施开波, 陈二阳. 《常微分方程》课程教学改革探索与实践 [J]. 产业与科技论坛, 2023, 22(11): 107-108.
- [4] 李姝敏, 郭鹏云, 徐国明. 常微分方程课堂教学改革的探索与实践 [J]. 赤峰学院学报(自然科学版), 2023, 39(03): 88-92.
- [5] 李宝萍. 案例分析在常微分方程教学中的应用 [J]. 山东农业工程学院学报, 2018, 35(04): 150-152.
- [6] 冯涛. 浅谈生物数学建模方法在常微分方程教学中的应用 [J]. 科技视界, 2022, (31): 105-107.
- [7] 王宁, 孙晓玲. 课程思政背景下常微分方程的软件辅助教学 [J]. 合肥师范学院学报, 2023, 41(6): 101-105.
- [8] 盛业青, 瞿菊红, 关开中. BOPPPS 和对分课堂混合式教学模式实践研究 [J]. 创新创业理论与实践, 2023(16): 136-139.
- [9] 欧阳瑞, 郑远平. 常微分方程课程教学与课程思政的融合探索 [J]. 2023(14): 113-115.
- [10] 谢旭东. 基于不定系数常微分方程的加速梯度算法研究 [J]. 运筹与模糊学, 2024, 14(3): 91-101.