利率市场中随机过程模型风险因子探究

张鑫，李文涛，董帅刚，蔡小娜 *
河北金融学院，河北 保定 071000

摘　　要： 随利率市场不断发展，随机过程模型由于其随机性、波动性，在利率市场中应用广泛。由于模型提出时的时代局限性，最初模型并未考虑过多风险因子，使模型拟合程度较低。但随时代的发展，模型所考虑的风险因子在不断增加，使模型拟合程度和预测能力不断提高。

为探究影响随机过程模型受风险因子的影响程度，本文先通过理论分析纵向对比不同模型间的差异及拟合优劣程度后选取部分模型进行实证分析，在实证分析中探究风险因子的实际影响及；再通过引入 GARCH 模型探究其对风险因子的处理方式进行对比，得到随机过程模型风险因子处理方式；最后从宏微观方面分析风险因子及传导路径，探究随机过程模型优化拟合度的可能性，为进一步研究风险因子链式传导机制提供参考。

关 键 词： 利率市场；随机过程模型；对比分析；风险因子

Exploring Risk Factors in Stochastic Process Models of the Interest Rate Market

Zhang Xin, Li Wentao, Dong Shuaigang, Cai Xiaona*
Hebei Finance University, Baoding, Hebei 071000

Abstract: With the continuous development of the interest rate market, stochastic process models are widely used due to their randomness and volatility. However, due to the limitations of the era when the models were proposed, the initial models did not consider too many risk factors, resulting in a low degree of model fitting. But with the development of the times, the risk factors considered by the models are constantly increasing, improving the fitting degree and prediction ability of the models.

To explore the degree of influence of risk factors on stochastic process models, this paper first compares the differences and fitting quality among different models through theoretical analysis and selects some models for empirical analysis. In the empirical analysis, the actual influence of risk factors is explored. Then, by introducing the GARCH model to explore its handling of risk factors, the risk factor handling methods of stochastic process models are obtained. Finally, risk factors and transmission paths are analyzed from macro and micro perspectives to explore the possibility of optimizing the fitting degree of stochastic process models, providing a reference for further research on the chain transmission mechanism of risk factors.

Keywords: interest rate market; stochastic process model; comparative analysis; risk factor

引言

随着金融市场的发展，人们对利率的关注度日渐增长，随机过程模型通过引入动态参数在对利率的刻画中得到广泛应用。由于多种风险因子的综合作用，利率市场变得不稳定，因此，随机过程模型在应用时应随着利率市场不断变化而融入新的因子以适应其发展。

目前，已有学者就单一模型对利率市场中某方面应用进行了实证研究，如互换产品定价、单一市场风险管理、基于利率波动优化投资组合等，其中刘豫杭[1]利用 Vasicek 过程构建约化信用风险模型来研究 CDS 定价模型；唐恩林[2]利用 CIR 和 CKls 模型对我国同业拆借市场短期利率进行实证分析；；刘一楠和宋晓玲[3]从理论层面将风险异质与交易成本引入非抛补利率平价模型，建立内嵌风险异质的“利率－汇率”随机动态均衡理论模型；陈莹莹[4]构建时变随机波动率结构向量自回归（TVP-SV-SVAR）模型，表明货币市场利率对公开市场操作利率变动的反应具有明显时变特征；米辉和狄文[5]通过使用随机线性二次最优控制理论，建立 Hamilton-Jacobi-Bellman(HJB) 方程，获得了值函数的精确表达式以及最优投资和再保险策略；刘莹[6]对 LPR 改革前后利率传导机制的变化进行分析，采用结构向量自回归模型实证研究了 LPR 改革背景下货币政策传导路径和政策效果；李晶晶和杨宝臣[7]通过对 HJM 框架下随机久期测度与久

项目信息：本文系大学生创新训练项目——省级立项：数经焕新，互金融创——河北省互联网金融行业创新发展对策研究。
作者简介：张鑫（2003.07-），男，汉族，籍贯：湖南岳阳，学历：本科，单位：河北金融学院，专业：金融数学。
通讯作者：蔡小娜

期匹配免疫策略的研究，构建了新的 HJM 框架下的随机利率风险测度模型及其相应的利率风险免疫策略，得到了一种理论上更为合理的应用随机利率风险测度的利率风险免疫方法。Chiara Sabelli[8] 等人利用一阶向量自回归模拟 HJM 模型实现对模型波动率和市场风险溢价估计；Chuangwei Lin 和 Li Zeng[9] 通过 Ho-Lee 建立均值—方差投资组合模型推导最优投资组合以及有效前沿；Fred Espen Benth[10] 等人引入相关波动算子，采用 HJM 模型对远期合约期权价格进行建模，并通过神经网络进行模拟、推导、校准和检验。

对于上述分析研究，大多结论都基于模型本身进行实际应用，而本文首先通过文献综述的方法从现实性、假设合理性、模型复杂性、稳定性、数据拟合程度、预测和风险评估能力等角度对不同类型的随机过程模型进行纵向对比，总结可能影响模型稳定性的风险因子；其次，通过对比分析 GARCH 模型与随机过程模型，探究 GRACH 模型对风险因子的处理方式；最后，总结风险因子传导路径并从宏微观两个层次进行归纳。

一、利率市场中的随机过程模型演变及对比分析

随利率市场规模的壮大，利率衍生产品定价和风险管理的需求不断增加，而随机过程模型通过引入时间参数能够有效的对利率进行刻画。根据时代发展，随机过程模型大致呈现由短期到长期、由单因子到多因子、由简单到复杂的发展趋势。但不同模型具有差异性，为了直观说明其差异，本文作出总结（详见表 1）。表 1 说明随时代的不断发展，随机过程模型所考虑的因素逐渐变得复杂，呈现出不同的特点；模型适用情形由基于短期的均值回归到适应整个期限结构的动态演化，说明模型由于不同考虑因子所适用情形不同，模型也渐趋贴合实际情况。

表 1：利率市场中随机过程模型的不同考虑因素、用途、特点及预测及拟合能力

模型名称	考虑因子	适用情形	特点	预测及拟合能力
Vasicek	短期时间	短期利率的均值回归	均值回归、波动性、平稳性	短期较好
CIR	短期利率可能出现负值	利率波动性下短期利率的均值回归	均值回归、波动性、非负性	优于 Vasicek 模型
Ho-Lee	短期瞬时波动	瞬时利率的拟合	单因子模型、无迹性	短期较好，动态受限
Hull-White	市场波动率	短期和长期利率的均值回归	均值回归、长期均值变化性、校准其他利率	短中期利率动态演化中较好
HJM	利率期限结构演变	整个利率期限结构	多因子模型、无迹性	长期利率预测中较好
Gaussian HJM	瞬时远期利率变化	整个利率期限结构中引入正态分布	正态分布假设、多期限结构、市场价格校准	市场向好情况下预测能力较好
LMM	多随机因子	多层次、高差异性下的各种复杂的数据结构	多因素模型、校准其他利率、聚焦 LIBOR 市场	好

从上表中也可以发现，随时代发展及考虑因素的增加，不同模型在数据拟合程度、预测和拟合能力各有区别，大致呈现向好趋势。

通过上述分析，模型从最开始的单因子短率模型（如 Vasicek、CIR 和 Ho-Lee）到多因子长率模型（如 Hull-white、BDT、HJM、LMM）的演变过程中，模型引入了时间因子、外部因子诸如市场环境、LPR、LIBOR、SHIBOR 等，使利率从最初的静态可观逐渐变为动态可观，从而贴合实际应用。但此类因素大多是可量化的，而现实情况中还存在投资者情绪、宏观政策、市场流动性、经济周期、交易者行为选择等不可量化的主客观因子影响。因此，本文将此类因子归为风险因子，为探究风险因子对模型拟合程度的影响，本文进行实证分析。

二、利率市场随机过程模型实证分析

（一）数据处理与分析

为了探究模型具体拟合程度差异，本文选取了月度同业拆借市场数据。此数据为短期利率影响下收盘价的变化，由市场供需决定，主要反映银行间的资金成本和流动性状况，对于分析利率波动及模型拟合程度具有极强的代表性。具体样本数据为上海同业拆借利率 (5_SHIBOR) 中每个月度月末收盘价，样本数据跨度为 2006 年 10 月 31 日至 2023 年 12 月 31 日。通过剔除异常值与缺失值进行数据处理后，样本共包含 207 个观测值（数据来源：通达信）。为了使数据更直观，本文进行了描述性统计如下：

描述性统计表明平均收盘价为 2.336，标准误差为 0.058348，说明样本数据能较好的反映总体参数的真实值；标准差 σ=0.839476，方差 σ^2=0.70472，说明数据分布较为集中；峰度为 1.679，说明样本数据的概率密度分布较为平缓；偏度为 1.027，样本数据右偏，说明平均利率受极值影响较大。

（二）时间序列分析模型：GARCH 模型及蒙特卡洛模拟结果

由于短率模型与长率模型均已较为完备的考虑了各种可量化因子的影响，因此，本文为探究随机过程模型拟合受不可量化风险因子影响的偏移程度，引入时间序列分析模型中的 GARCH 模型进行分析。GARCH 模型假设条件方差是可以预测的，并取决于过去的波动和某段时间内所有信息的函数（如市场新闻、政策变化等），即通过将不可量化风险因子作为条件方差进行综合考虑。因此，GARCH 模型考虑到了其他外部风险因子对拟合程度的综合影响，可以更好地捕捉到金融市场的波动聚集现象。

为表明 GARCH 模型对不可量化风险因子的处理程度，本文对 GARCH 模型进行求解。

GARCH 模型的一般形式为：

$$H_t=\omega+av_t-1H_{t-1}+\beta v_{t-1} \quad (1)$$

对模型进行假设检验：H0：该序列不平稳；H1：该序列平稳。

通过平稳性检验结果显示基于变量收盘价对模型进行显著性

检验，其中P值为0.032，水平显著，拒绝H_0，该序列为平稳的时间序列。而后对模型进行ARCH效应检验，结果显示p值小于0.05，因此存在ARCH效应，说明该市场存在时间序列波动率集聚性现象，能够建立GARCH模型。

求解模型得：

$$H_t=0.295+0.451v_{t-1}H_{t-1}+0.509v_{t-1} \quad (2)$$

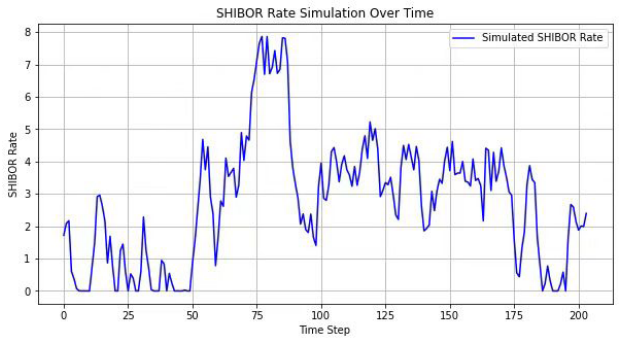
图2表明GARCH模型的拟合程度极高，因为其考虑金融市场

> 图2 GARCH模型

的异质性，通过将过去时段内波动和信息函数等不可量化风险因子纳入综合影响范围，即通过时段内市场参与者的行为选择及宏观审慎政策等作为条件方差进行考虑；并根据用户偏好对不同的资产分别进行模拟；通过捕捉金融资产的长尾分布和波动率聚集现象提高波动率预测精度，使其不断贴合现实情况，故拟合程度较高。

基于GARCH模型，为具体说明不可量化因素对于利率市场的影响，本文导入数据后进行了蒙特卡洛模拟，模拟结果如图3所示。

图3表明，在考虑不可量化因子影响时，利率波动较大，对比图2表明在受到不可量化的现实因素影响时，结果会更偏向于极端情况，因此，综合各因素影响后，GARCH模型在数据处理上考虑数据的ARCH和GARCH效应，并在风险因子中既考虑了外部可量化因子，又充分考虑了宏观政策、市场参与者行为、心理和主观偏好等不可量化因子的综合影响，故拟合程度最优。



> 图3 蒙特卡洛模拟结果

故模型拟合程度上GARCH模型优于其他随机过程模型的主要原因是GARCH模型在对风险因子的处理中将不可量化风险因子的综合影响纳入波动率预测中，使不可量化风险因子对模型拟合造成的偏移最小化，从而实现精准拟合。这也表明不可量化风险因子容易导致随机过程模型拟合进行偏移，且这种偏移程度较大时（例如宏观政策的改变，市场参与者大量撤资等）易导致随机过程模型的投资决策出现误差、风险管理失效、衍生品定价不合理等现象，而GARCH模型则能够较好的规避此类现象。

三、结论

通过上述分析，本文就模型考虑风险因子进行总结，单因子短率模型中，模型考虑因子较少，Vasicek模型结构不够科学，拟合程度低，CIR模型结构较合理，拟合程度高于Vasicek模型；多因子长率模型以HJM模型为例，考虑长期时间因子，外部客观可量化因子，模型结构合理，拟合程度高，但是受不可量化因子发生偏移。这表明随机过程模型拟合程度与模型本身的因子选取有关，且拟合优劣与所考虑的外部因子数量呈正相关，但随机过程模型大多都是基于理论将风险因子量化后进行预测，在实际应用中易受不可量化风险因子影响导致模型漂移。对于此漂移，GARCH模型将不可量化风险因子组合规约于条件方差，使其能够反映时段内利率波动程度和长尾效应，从而表现为综合影响效应，纠正随机过程模型漂移，有利于优化模型结构，提高拟合优度。

最后，由于不可量化风险因子具体处理难度较大，本文仅提出影响随机过程模型拟合优度的风险因子传导路径，从内部因子稳定性和参数设置准确性两个方面分析模型假设的合理性；针对模型误差和随机性分析模型结构的可解释性；在波动性和跳跃性处理时引入长期或者短期时间因素。由于内部因子注重理论分析，实际应用有偏，所以引入外部因子，模型拟合结构便宜，引入可量化外部因子，综合数据得出不可量化外部因子，为后续相关研究提供参考依据。

参考文献

[1]刘豫杭．基于Vasicek过程的CDS定价模型研究[D].东华大学，2024.DOI:10.27012/d.cnki.gdhuu.2023.001174.

[2]唐恩林．我国货币市场利率行为的实证分析－基于CIR和CKIs模型[J].安庆师范学院学报(自然科学版)，2015,21(02):22-25.

[3]刘一楠，宋晓玲．不确定性、风险异质与“利率－汇率”随机动态均衡：理论与实证[J].世界经济研究，2016,(12):25-35+132.DOI:10.13516/j.cnki.wes.2016.12.004

[4]陈莹莹．不同货币市场利率时变传导效应的比较研究[J/OL].价格理论与实践，1-7.2024.https://doi.org/10.19851/j.cnki.CN11-1010/F.2024.04.235.

[5]米辉，狄文荣，林金官．考虑Vasicek利率和相依风险的最优投资与再保险[J].应用概率统计，2023,39(02):239-258.

[6]向海凌，林钰璇，王浩楠．利率市场化改革与企业绿色转型——基于上市企业年报文本大数据识别的经验证据[J].金融经济学研究，2023,38(04):55-73.

[7]李晶晶，杨宝臣．一种HJM框架下的利率风险免疫的新方法[J].管理工程学报，2016,30(02):195-201.DOI:10.13587/j.cnki.jieem.2016.02.024.

[8]Chiara Sabelli;Michele Pioppi;Luca Sitzia;Giacomo Bormetti.Multi-curve HJM modelling for risk management[J].Quantitative Finance.Volume 18,Issue 4.2018.PP563-590.

[9]Chuangwei Lin;Li Zeng.Mean-variance Portfolio Selection Problem with Vasicek Stochastic Interest Rates.Proceedings of 2018 3rd International Conference on Society Science and Economics Development(ICSSED 2018).

[10]Fred Espen Benth;Nils Detering;Silvia Lavagnini.Accuracy of deep learning in calibrating HJM forward curves[J].Digital Finance. Volume 3,Issue 3-4.2021.PP1-40.