

“铸魂育人”背景下线性代数思政课程的教学探究

李小彦, 贺鑫

哈尔滨师范大学, 黑龙江 哈尔滨 150025

摘要: 线性代数课程是高等院校理工科及经管类专业学生必修的一门数学基础课, 该课程融入思政元素对于落实立德树人的人才培养任务具有重要作用。文章从人才培养目标和教学质量提升两方面阐述了线性代数课程融入思政元素的必要性。从马克思主义哲学、科学史和数学家故事三个角度出发介绍部分课程内容与思政元素结合的方案。

关键词: 线性代数; 思政课程; 课堂效率; 探究

Research on Linear Algebra Course With Ideological and Political Education Under the Background "Cultivating Souls and Shaping Characters"

Li Xiaoyan, He Xin

Harbin Normal University, Harbin, Heilongjiang 150025

Abstract: Linear Algebra is a compulsory basic mathematics course for students majoring in science and engineering or management at higher educational institutions. Integrating ideological and political elements into the course is of great importance in fulfilling the task of cultivating talents with moral integrity. This paper expounds the necessity of integrating ideological and political elements into the course from the perspectives of talent cultivation objectives and quality of teaching. It introduces the combination schemes of some course content and ideological and political elements from three angles of Marxist philosophy, scientific history, and stories of mathematicians.

Keywords: Linear Algebra; ideological and political course; classroom efficiency; exploration

引言

高等教育发展水平是一个国家发展水平和发展潜力的重要标志, 实现中华民族伟大复兴, 教育的地位和作用不可忽视^[1]。高校思想政治工作要坚持把立德树人作为中心环节, 把思想政治工作贯穿教育教学全过程^[1]。线性代数课程是各高校公共基础数学课, 尤其是理工科及经管类专业的基础必修课程。线性代数课程不仅支持相关专业的专业培养目标实现, 而且支持德育目标的实现。因此, 将思政元素有机融入线性代数课程, 实现知识传递和价值引导的协同与促进, 是线性代数课程教学改革的当务之急。

一、线性代数课程特点及教学现状

线性代数课程不仅培养学生的数学素养, 同时与其他的数学课程密切相关, 还在机器学习、大数据处理、应用统计等领域有着重要的应用。线性代数课程的知识结构是“并联”式而非“串联”式。所谓“并联”式是指课程的内容从多个角度入手都可以完成学习。线性代数这门课程从行列式、矩阵和向量其中哪一部分入手都能完成知识内容的学习。虽然线性代数课程中的知识内容是早已成熟的知识体系, 但由于其概念多而杂、内容跨度大, 且兼具有逻辑性和抽象性较强的特点, 这门课程对于大学校园的

“小鲜肉”们来说仍然具有一定的难度。

各高校的线性代数课程基本开设于第一、二、三学期, 即大一上、大一下、大二上学期, 这三个学期的学生刚步入大学校园, 此时新鲜事物及先进设备层出不穷, 互联网的进入更使得学生们应接不暇^[12-15]。而线性代数这门课程由于内容多而杂、抽象性强、逻辑性强等特点, 致使学生学习该门课程的时候感觉有难度, 部分学生会感觉学习吃力、跟不上老师的节奏, 即使大部分学生能跟上老师的节奏也会因为课堂枯燥而积极性不高, 课堂上容易出现高的“旷课率”和“低头率”等不利于教师与学生之间进行良好教学互动的现象, 这对于实现该门课程的教学目标和人

基金项目: 哈尔滨师范大学高等教育教学改革研究项目“线性代数课程思政教学改革研究与实践”, (XJGY202460); 哈尔滨师范大学科技创新攀登计划项目“赋 p -Amemyia 范数 Musizlak-Orlicz 空间中与不动点有关的若干几何性质研究”, (1305124238)。

作者简介: 李小彦 (1982—), 女, 山东省邹城市人, 哈尔滨师范大学数学科学学院讲师, 博士, 研究方向: 大学数学教学法研究及泛函分析。

才培养目标是极为不利的。

二、思政元素融入线性代数课程的必要性

(一) 实现人才培养目标的需要

国家的未来发展依赖于大学生，因此全方位培养大学生的综合能力显得尤为重要。高等学校作为培养大学生的重要基地，承担着重要的责任。为了培养学生的综合能力，需要在整个学习过程中，全面、全方位地培养，并确保所有人都参与其中。线性代数课程不仅要完成培养学生专业能力的目标，同时也要完成德育目标，为培养具有创新意识和创新能力的时代新人奠定坚实基础^[7-9]。线性代数任课教师将课程知识内容与思政点进行有机融合，并在课堂教学中进行良好的实践，这样学生们在学到课程知识内容的同时还了解到了课程的历史背景，相关的数学家故事，以及课程的实际应用和价值，真正做到知识传授与价值传播同向而行。线性代数思政教学改革既能高效完成教学目标又能落实德育目标，是全方面培养人才的大势所趋。

(二) 提高课堂教学质量的需要

线性代数课程的知识对于刚刚步入大学校园的大学生们来说是全新的。该门课程中的部分概念和理论知识非常的抽象，如行列式、矩阵、向量组、向量空间及二次型等。如果任课教师只是为完成教学任务“照本宣科”式教学，单方面灌输知识，忽视学生的理解能力和个性化需求，课堂上学生只能成为被动的知识接收者，学生的学习兴趣、学习斗志不能被激发出来，这样势必会影响教学目标的实现。线性代数课程结合思政元素教学，任课教师潜移默化地将思政元素渗透到课堂教学的知识体系中，有的放矢的丰富课堂内容，培养学生的学习兴趣，激发学生笃实好学的斗志，学生在课堂上逐渐从“胆怯的客人”转变为“大胆的主人”，能积极踊跃的参与到课堂教学中来，学习该门课程的自信心在无形中增加。最终，提升教学质量的目标得以实现^[9-12]。

三、思政元素与线性代数课程知识点结合方案

(一) 马克思主义哲学融入课堂教学

1. 现象与本质的辩证统一

任何本质都需要通过现象来表现，线性代数课程就是由表及里的探索其本质规律的课程。

(1) 矩阵是否可逆的判断

定义1^{[6]P39}: 对于 n 阶矩阵 A ，如果有一个 n 阶矩阵 B ，使得

$$AB = BA = E \dots\dots\dots (3.1)$$

其中 E 示 n 阶单位矩阵，则称矩阵 A 是可逆矩阵，且 B 为

A 的逆矩阵，记 $B = A^{-1}$ 。对 (4.1) 式取行列式得

$$|A| \cdot |B| = |B| \cdot |A| = 1 \dots\dots\dots (3.2)$$

行列式的本质是一个数，由 (4.2) 式知 $|A| \neq 0$ ，于是，矩

阵 A 可逆的必要条件是 $|A| \neq 0$ 。由 A 的伴随矩阵的定义还可证明 $|A| \neq 0$ 蕴含矩阵 A 可逆。这样今后再判断矩阵 A 为可逆矩阵这一现象时不需要按照定义去寻找 B 矩阵，只需判断矩阵的行列式不为零这一本质结论是否成立，若行列式不为零，则矩阵可逆，反之不可逆。

(2) 线性表示问题

向量 b 是否可由向量组 $A: a_1, a_2, \dots, a_m$ 线性表示，即是否存在实数 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ 使得

$$b = \lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \dots + \lambda_m a_m$$

成立。然而如何求实数 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ 似乎无从下手，若能理解线性方程组可以表示为向量组线性组合的形式，可知上述问题的本质是以向量组 $A: a_1, a_2, \dots, a_m$ 构成的矩阵为系数矩阵，以 b 为常数项的非齐次线性方程组 $AX = b$ 是否有解的问题，若方程组有解则可以表示，否则就不可以表示。

(3) 有限维与无限维向量空间的判断

定义2^{[6]P95}: 设 V 是 n 维向量的集合，如果集合 V 非空，且集合 V 对于向量的加法及乘数两种运算封闭，那么就称 V 为向量空间。

由向量空间的定义知除了只包含零元的向量空间外其余的向量空间中都含有无穷多个向量。判断向量空间是否为无穷维空间，不能因为其含有无穷多个向量就判定其为无穷维的，应该理解向量空间维数的概念，向量空间的维数是由其基中所含向量的个数来决定的，若基是由有限个向量组成的，则向量空间为有限维的，否则为无限维的。于是判断向量空间是否为有限维这一现象，需要通过判断其基中所含向量个数是否有限这一本质来实现。

2. 变与不变的辩证统一

事物发展往往是不变中有变，变中有不变，线性代数课程的很多知识内容体现了变与不变的辩证统一。

(1) 矩阵的初等变换

定义3^{[6]P58}: 矩阵的初等列变换 (“ c ”表示矩阵的列):

$c_i \leftrightarrow c_j, c_i \leftrightarrow c_j$ ，即对换矩阵的 i 列和 j 列;

kc_i ，以数 $k \neq 0$ 乘第 i 列上的每一个元素;

$c_i + kc_j, c_i + kc_j$ ，把第 j 列的所有元素的 k 倍加到第 i 列对应的元素上去。

矩阵的初等行变换只需要将定义3中的“ c ”换成“ r ” (“ r ”表示矩阵的行)，二者统称为矩阵的初等变换。

对矩阵 A 施行初等列变换或初等行变换得到矩阵 B ，此时称 A 与 B 是列等价或行等价的，经过初等列变换后 A 中的元素发生了变化，尽管 A 与 B 的元素不同，但是矩阵 A 与 B 的秩相同即 $R(A) = R(B)$ ，由此知矩阵的可逆性保持不变，即初等变换保持矩阵的秩及可逆性不变。矩阵的初等变换是矩阵的元素变而矩阵的秩、可逆性不变的辩证统一。

(2) 矩阵的相似变换

定义4^{[6]P124}: 设A为n阶矩阵, 有可逆矩阵P, 使得 $P^{-1}AP=B$, 则称对矩阵A施行相似变换。

对矩阵A施行相似变换得到矩阵B, 称A与B是相似矩阵。相似变换后矩阵A的元素发生了改变, 根据方阵的行列式值的性质知, 相似变换后的矩阵B的特征多项式为

$$|\lambda E - B| = |\lambda E - P^{-1}AP| = |P^{-1}| \cdot |\lambda E - A| \cdot |P| = |\lambda E - A|$$

矩阵特征多项式的解(根)为矩阵的特征值^{[6]P120}, 故相似变换保持矩阵的特征多项式、特征值不变。矩阵的相似变换是矩阵元素改变而特征多项式、特征值保持不变的辩证统一。

(3) 矩阵的合同变换

定义5^{[6]P33}: 设A为n阶矩阵, 有可逆矩阵P, 使得 $P^TAP=B$ (P^T 表示P的转置), 则称对矩阵A施行合同变换。

设A为对称矩阵, 即 $A=A^T$, 对A施行合同变换得到B, 称A与B是合同矩阵。显然变换后A的元素发生了改变, 但是由矩阵的转置运算性质有

$$B^T = (P^TAP)^T = P^T A^T (P^T)^T = P^T AP = B,$$

说明合同变换后的矩阵B也为对称矩阵。将对称矩阵进行合同变换体现了矩阵元素改变而矩阵的对称性不变的辩证统一。

3. 量变与质变的辩证统一

量变是质变的必要前提, 质变是量变的必然结果, 线性代数课程中的很多知识点体现了量变与质变的辩证统一。

(1) 方阵的秩与方阵的可逆性

对于n阶方阵A, 有 $R(A) \leq n$ 。若 $R(A) < n$, 则 $|A|=0$, 矩阵A不可逆, $R(A)=n$ 若 $R(A)=n$, 则 $|A| \neq 0$, 矩阵A可逆。随着方阵A的秩 $R(A)$ 量的增加, 引起了方阵A的行列式 $|A|$ 从等于零到不等于零及方阵A从不可逆到可逆的质变, 体现了方阵秩的量变与方阵的可逆性的质变的辩证统一。

(2) 齐次线性方程组系数矩阵的秩与解的关系

设齐次线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + \dots + a_{2n}x_n = 0 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (4.3)$$

(4.3)的系数矩阵A是 $m \times n$ 阶的, 由秩的性质 $R(A) \leq \min\{m, n\} \leq n$ 。若 $R(A) < n$ 即系数矩阵的秩小于未知量的个数, 则(4.3)有无穷多解; 若 $R(A)=n$ 即系数矩阵的秩等于未知量的个数, (4.3)有零解且唯一。 $R(A)$ 的量变(增加), 引起了齐次线性方程组(4.4)的解从无穷多个解到仅有唯一零解的质变, 体现了系数矩阵A的秩的量变与解的情况的质变的辩证统一。

(二) 科学史融入课堂教学

线性代数课程有着丰富的研究历史, 同时该门课程也是人类智慧的结晶。若线性代数课程只讲授书本知识, 而不注重介绍课程知识点的形成背景及演化历史, 必然导致学生对于课堂内容知其然不知其所以然, 对知识内容理解不够深刻。在线性代数课程

的教学中适当穿插数学史, 使学生了解该课程产生的历史背景, 帮助学生更好更深入的认识该门课程, 对于实现该门课程的教学目标是大有益处的。例如: 在讲解线性方程组的概念和解法时, 不妨以我国古代数学文明的发展为引子, 早在公元1世纪左右(东汉初年)的《九章算术》中首次表示了线性方程组^[6]。而在西方国家, 德国数学家Leibniz直到17世纪才首次对线性方程组进行研究。通过介绍国内外线性方程组的起源和研究历史, 了解我国古代数学文明相较于欧洲国家起步较早, 具有深厚的历史底蕴, 增强学生们学习的信心, 几千年前我国古人就开始研究的线性方程组, 对当今的大学生来说必不是什么难事! 同时激发学生们对我国古代数学文明的自豪感, 培养学生弘扬中国文化的使命感, 并根植爱国主义情怀。这样的教学方法, 不仅能够激发学生学习的数学的热情, 更能鼓励同学们为我国成为数学强国而奋斗。

(三) 数学家故事融入课堂教学

在线性代数课程中讲解比较难于理解的知识点如矩阵的秩、向量空间、二次型等时, 此时可能会有畏难情绪, 容易打退堂鼓, 任课教师可以给学生们讲一些数学家的故事, 缓解学生畏难情绪, 活跃课堂气氛, 同时感受数学家精神, 激励学生们迎难而上克服学习困难。如我国的数学巨匠华罗庚先生, 他15岁因家里经济困难退学, 19岁感染疾病, 并落下终身残疾, 但华罗庚没有自暴自弃, 身残志坚, 自学完成大学及研究生期间的课程, 并提出“华氏定理”等理论, 解决了很多数学学术理论上的公开问题。在新中国成立初期, 华罗庚先生放弃了美国优渥的待遇, 勇敢地回到祖国, 为我国数学事业的发展做出了巨大的贡献。因此, 他被誉为“人民的数学家”^[4]。华罗庚的故事鼓舞着每一位学生, 他的坚韧和毅力告诉同学们, 面对学习的困难和挑战, 不能退缩, 而是应该迎难而上, 勇敢地面对和解决问题。华罗庚的故事的引入培养了学生们坚持不懈克服困难的科学品质。同时, 华罗庚的爱国情怀也是学习的重要内容, 鼓励同学们主动为祖国的发展做出自己的贡献。

四、思政教学与培养目标的关联

线性代数课程融入思政元素实现了学生智育和德育同向而行, 互相促进, 如表1所示。

表1 课程培养目标与部分课程内容的对照表

	培养目标	课程内容
智育目标	观察分析能力	逆矩阵与伴随矩阵的关系
	逻辑推理能力	矩阵可逆条件等定理的证明
	归纳总结能力	n阶行列式的定义
	抽象思维能力	向量空间的定义及性质
	计算、分析及总结能力	矩阵的秩、矩阵的特征值及解线性方程组

	培养目标	课程内容
德育目标	严谨求学的科学品质	各个定理严格的推导过程
	质疑和求证的科学品质	矩阵可逆的判定、线性方程组的求解
	不断探求知识的科学品质	齐次线性方程组的解与基础解系
	坚持不懈、对知识刻苦钻研的品质	数学家的事迹
激发情感	爱国情怀、民族自豪感、弘扬中国文化的责任感	数学家的事迹、数学史知识

五、结语

线性代数思政课程是一个完整的教学体系，如何将课程思政很好地落实到线性代数的教学实践中还有很多问题值得探讨，在今后的线性代数教学中，任课教师要不断进行思政理论学习，武装自己的头脑，做到与时俱进，同时任课教师之间还要共同探讨，研究润物无声的思政教学方法，进一步完善思政教学体系，最终实现线性代数的思政教学改革。

参考文献

- [1] 习近平在全国高校思想政治工作会议上强调：把思想政治工作贯穿教育教学全过程开创我国高等教育事业发展新局面 [N]. 人民日报, 2016-12-09(1).
- [2] 高德毅, 宗爱东. 从思政课程到课程思政：从战略高度构建高校思想政治教育课程体系 [J]. 中国高等教育, 2017(1).
- [3] 姚慧丽. 融入课程思政的“线性代数”教学的探讨与实践 [J]. 黑龙江教育 (理论与实践), 2021(8).
- [4] 莫长鑫, 张理评. 线性代数课程思政元素融入探究 [J]. 产业与科技论坛, 2023, 22(7).
- [5] 高月凤, 刘锡平. 线性代数课程思政教学方案设计与实践 [J]. 大学数学, 2023, 39(3).
- [6] 同济大学数学系. 线性代数 (第七版) [M]. 北京：高等教育出版社, 2023: 159.
- [7] 王志华 王成敏. 融入课程思政的线性代数混合式教学模式探究 [J]. 文教资料, 2023.
- [8] 詹亮 裴峥. 线性代数课程中思政元素的发掘与实践 [J]. 中国教育技术装备, 2024.
- [9] 高阳, 戴芊慧. 线性代数课程思政案例式教学分析 [J]. 创新教育研究, 2024, 12(02): 686-692. DOI: 10.12677/CES.2024.122108.
- [10] 章腾. 线性代数教学现状与突破 [J]. 教育进展, 2024, 14(11): 134-138. DOI: 10.12677/ae.2024.14112032.
- [11] 李静. 线性代数课程改革的探索与思考 [J]. 高等数学研究, 2023, 26(1): 106-107.
- [12] 丛静. 课程思政融入线性代数教学的探索与实践 [J]. 辽宁科技学院学报, 2023, 25(6): 72-73.
- [13] 王军霞, 郭艳凤. 线性代数教学改革的实践和思考 [J]. 教育教学论坛, 2023(27): 17-20.
- [14] 李红霞. 线性代数课程思政的案例教学探究 [J]. 创新教育研究, 2024, 12(05): 67-72. DOI: 10.12677/ces.2024.125252.
- [15] 梁填 张文超. 基于案例式教学的线性代数课程思政教学改革实践与探索 [J]. 大学教育, 2024(20).