

# 近三十年国内数学史与数学教育研究发展与启示 ——基于 CiteSpace 的知识图谱分析

于涛<sup>1</sup>, 陈维彪<sup>2</sup>

1. 东莞市东莞中学, 广东 东莞 523005

2. 东莞市大岭山中学, 广东 东莞 523820

DOI:10.61369/ASDS.12172

**摘要** : 文章选取近三十年有关数学史与数学教育的学术期刊文献 401 篇, 应用 CiteSpace 软件绘制知识图谱, 分析国内数学史与数学教育的研究发展与启示。研究表明国内数学史与数学教育的研究主要包括教育功能、教学应用、教材编写、素养提升。在此基础上, 从构建研究合作体、形成案例资源库、培养教师队伍、开展融合研究四个方面提出建议。

**关键词** : 数学史; 数学教育; 知识图谱; 研究综述

## Developments and Implications of Research on the History and Education of Mathematics in China Over the Past Three Decades ——Knowledge Graph Analysis Based on CiteSpace

Yu Tao<sup>1</sup>, Chen Weibiao<sup>2</sup>

1. Dongguan High School, DongGuan, GuangDong 523005

2. Dalingshan High School, DongGuan, GuangDong 523820

**Abstract**: The article selects 401 academic journal articles related to the history and education of mathematics from the past thirty years, applies CiteSpace software to draw a knowledge graph, and analyzes the research development and inspiration of the history and education of mathematics in China. The research shows that the study of the history and education of mathematics in China mainly includes educational functions, teaching applications, textbook compilation, and quality improvement. On this basis, suggestions are proposed from four aspects: constructing a research collaboration, forming a case resource library, cultivating a team of teachers, and conducting integrated research.

**Keywords**: mathematics history; mathematics education; knowledge graph; research review

### 引言

进入 21 世纪以来, 运用数学史进行数学教育的理论与实践蓬勃发展, 其过程正如李文林先生所说: 从“为数学而历史”, “为历史而历史”, 进一步“为教育而历史”<sup>[1]</sup>。随着 2005 年第一次全国数学史与数学教育会议的举办, 有关数学史教育价值的研究以及运用数学史的案例开发在国内逐渐开展起来。为整体把握有关数学史与数学教育的研究发展, 本研究应用知识图谱分析方法, 对中国知网数据库中近三十年来国内数学史与数学教育文献进行研究, 以期为今后的研究提供思路和借鉴。

### 一、数据来源与研究方法

#### (一) 数据来源

研究以中国知网数据库为数据来源, 在高级检索文献中以“数学史与数学教育或 HPM”为主题进行检索, 将发表时间设定为 1994 年—2023 年, 共检索到 5034 条中文文献, 其中学术期刊

2004 篇、学位论文 1573 篇、会议 250 场、报纸 3 份、图书 1 本、成果 4 项。为使研究数据更为精确, 将学科设定为数学、中等教育, 得到 823 篇学术期刊文献, 再手动剔除数学史研究、高等教育、职业教育、会议等, 最终得到 401 篇样本文献为研究对象。

#### (二) 研究方法

研究方法采用文献计量分析方法, 定量的文献数据分析能够

项目/基金信息: 广东省基础教育学科教研基地项目, 广东省于涛名教师工作室, 东莞市教育科研规划课题“数学史融入高中数学概念教学的研究”(编号: 2017GH188)研究成果。

作者简介:

于涛(1982—), 男, 天津东丽人, 高中数学高级教师, 广东省名教师工作室主持人, 研究方向: 数学教育;

陈维彪(1986—), 男, 安徽阜阳人, 高中数学一级教师, 研究方向: 数学教育。

较为客观地反映某一研究领域的基本情况和 trends。研究采用 CiteSpace 6.2.R2 版本，将 401 条文献信息以 Refworks 格式导出后，运用 CiteSpace 软件进行数据转换，从发文作者、研究机构、研究关键词、研究热点等角度绘制知识图谱，总结研究特点，提出研究建议。

## 二、研究结果与分析

### (一) 发文量分析

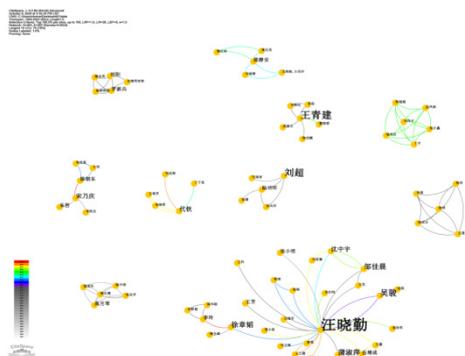
某一领域文献的发表量在年度上的增减变化可以在一定程度上反映研究者对该领域的关注度，由图1统计图可以看出，从1994年到2023年，年平均发文13.8篇；发文量最少的是1998年，该年度没有相关主题文章发表；发文量最多的是2013年，该年度共发文27篇。从1994年到2000年，发文量的变化较为平缓；从2002年到2013年发文量持续增长，直到2013年，学者对数学史与数学教育的研究热度达到顶峰，此后研究热度整体呈下降趋势，但总体而言学者对数学史的研究话题热度仍在继续。从2005年到2021年，发文量维持高位震荡，是学者对数学史与数学教育的研究热度的高原期。



> 图1 发文量分布图

### (二) 作者合作网络及研究机构分析

通过对研究文献的核心作者以及作者之间的合作关系进行分析，可以得到该研究领域的代表性研究力量和研究团队。在 CiteSpace 软件中，将 Top N% 参数设置为 100%，得到节点数为 493，连线数为 287，网络密度  $Density=0.0024$  较稀疏的作者共现知识图谱（如图2）。汪晓勤、蒲淑萍、吴骏等 28 位学者形成了一个最大的三级合作关系网，但主要都指向汪晓勤，内部合作网络较稀疏。汪晓勤与 22 位作者有直接的合作关系，沈中宇、邹佳晨、徐章韬、李玲分别与 3 位作者有合作关系，其他学者之间的合作关系不明显，多层次、多联系的研究共同体有待进一步发展。



> 图2 作者共现知识图谱

根据 CiteSpace 后台数据显示，研究机构大致分为三类：第一类是高等院校，第二类是出版社（集团），第三类是教研部门和中小学；统计分析得到 58 个研究机构及其对应的发文量，其中发文量不低于 3 篇的只有 18 个研究机构，发文量前 9 名的研究机构如表 1 所示。由表 1 可知数学史与数学教育发文量最多的是华东师范大学的 35 篇，其次是西南大学的 9 篇，再次是吉林师范大学的 7 篇。显然，数学史与数学教育的研究机构以高等院校为主，他们将中小学数学教师研究力量聚集起来，形成一定的凝聚力，推动了研究的进一步发展和突破。

表1 研究机构发文量前9名

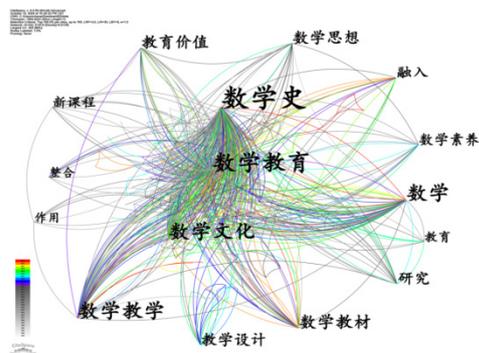
序号	研究机构	发文量
1	华东师范大学	35
2	西南大学	9
3	吉林师范大学	7
4	华中师范大学	6
5	浙江师范大学	6
6	内蒙古师范大学	4
7	辽宁师范大学	4
8	西北大学	4
9	石河子大学	4

### (三) 研究热点与前沿分析

关键词、高频关键词，以及关键词共现、突现和聚类分析的可视化分析，对探寻研究热点和研究发展变化具有重要意义。

#### 1. 关键词共现分析

关键词是文章的核心内容和作者的学术思想与研究问题的高度概括与提炼，能够反映研究的关键问题和核心主题。在 CiteSpace 软件中，将 Top N% 参数设置为 100%，将相似的关键词进行合并，例如中学数学、初中数学合并到数学，教学合并到数学教学，教科书合并到数学教材等，得到节点数为 343，连线数为 815，网络密度为  $Density=0.0139$  的关键词共现知识图谱（如图3）。



> 图3 关键词共现知识图谱

由图3中文字大小可以看出数学史、数学教育等关键词的词频最高。为了更准确地对关键词进行分析，导出 CiteSpace 关键词共现数据，包括关键词的频数、中心性、首次出现的年份、统计频数前 10 名的关键词如表 2 所示。

表2 关键词频数、中心性、首次出现年份统计

序号	关键词	频数	中心性	年份
1	数学史	237	1.08	1994
2	数学教育	106	0.32	1994
3	数学教学	62	0.08	1999
4	数学	47	0.13	2000
5	数学文化	43	0.21	1999
6	数学教材	18	0.02	2002
7	数学思想	14	0.02	2000
8	教育价值	13	0.01	2005
9	教学设计	10	0.1	2010
10	数学素养	10	0.02	2007

高频关键词可以体现研究者重点关注的对象，即研究领域的热点问题，中心性代表影响其他关键词共现的能力。由表2可知频数最高前5个关键词是数学史、数学教育、数学教学、数学、数学文化，中心性最大前5个关键词是数学史、数学教育、数学文化、数学、教学设计。由此可知，学者对数学史与数学教育的研究，以数学史的教育价值为主要内容，以数学史的文化遗产为主要目标，以数学史的教学应用为主要路径。

### 2. 突现词分析

突现词是指在较短时间内使用或出现频次较高的词。与研究热点不同，研究前沿通常表现为一组突现的动态概念和潜在的研究问题，突现词的时间分布和动态变化性的特点，能较好地反映知识域内的研究前沿和发展趋势。结合数学史与数学教育研究实际需要，经过不断调整并按突现词开始时间排序，得到突现频次前15的突现词图谱（如图4）。

Top 15 Keywords with the Strongest Citation Bursts



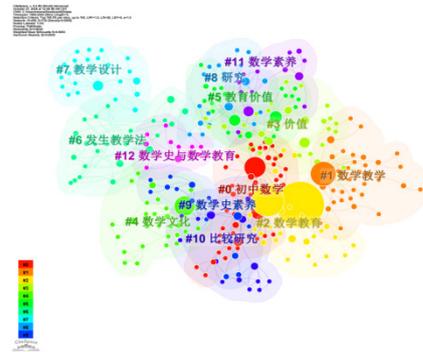
> 图4 突现词知识图谱

从突现词突现时间排序来看，数学史与数学教育成为了2003年和2017年两轮课程改革的研究热点，“作用”“新课程”“数学观”“素质教育”等突现词成为上一轮课程改革的研究热点，持续到约2009年；“数学教材”“教学设计”“数学素养”“渗透”“数学文化”“数学课堂”“融入”等突现词成为新一轮课程改革的研究热点，其中“融入”一词一直持续到2023年。从突现词强度来看，“数学教材”“作用”“教学设计”“数学文化”“新课程”是强度最大的5个突现词，与两轮课改出现的时间具有一致性。这说明课程改革对推动数学史融入数学教学发挥了极大的作用，使得融入数学史的教学观念逐步深入人心，形成了丰富的成果。

### 3. 关键词聚类分析

关键词共现知识图谱反映了网络中节点的相似性，有助于识别和探测研究领域内的热点。在关键词共现知识图谱的基础上，

在CiteSpace快捷菜单中选择对数似然率算法LLR，后再选择“K”，对关键词进行自动聚类得到节点数为459，连线数为730，网络密度为Density=0.0069，Q=0.8042，S=0.9093的关键词聚类知识图谱（如图5）。



> 图5 关键词聚类知识图谱

由图5可知，对关键词聚类后得到13个聚类标签：#0初中数学、#1数学教学、#2数学教育、#3价值、#4数学文化、#5教育价值、#6发生教学法、#7教学设计、#8研究、#9数学史素养、#10比较研究、#11数学素养、#12数学史与数学教育。聚类模块值(Modularity, 简称Q值)和平均轮廓值(Silhouette, 简称S值)两个指标，可以作为评判图谱绘制效果的依据。一般而言，Q值一般在区间[0,1]内，Q>0.3就意味着划分出来的社团结构是显著的，结果显著；当S值在0.7以上时，聚类是高效率令人信服的。聚类模块值Q=0.8042远大于0.3，平均轮廓值S=0.9093远大于0.7，说明聚类结果的社团结构是显著的且是高效率令人信服的。

## 三、研究热点领域分析

结合前述关键词聚类分析，对检索文献进行深入研究，得到四个热点领域。一是结合#2数学教育、#3价值、#4数学文化、#5教育价值、#8研究、#12数学史与数学教育归纳得到的“教育功能”的研究；二是结合#0初中数学、#1数学教学、#6发生教学法、#7教学设计归纳得到的“教学应用”的研究；三是结合#10比较研究归纳得到的“教材编写”的研究；四是结合#9数学史素养、#11数学素养归纳得到的“素养提升”的研究。

### （一）教育功能的研究

数学史教育功能的研究分为两个方面的研究。第一个方面的研究集中在数学内部。朱立明、马云鹏认为数学史有助于学生经历数学知识的形成过程，感悟数学思想的本质意蕴，提升数学技能的操作水平，发展数学思维的多元形式<sup>[2]</sup>。这一方面的研究强调通过对数学史料进行挖掘剖析，将知识发生发展过程中所蕴涵的数学思想、语言、方法、观点等融入数学教育，发挥数学史学科属性育人功能。第二个方面的研究强调数学的外部联系。汪晓勤提出数学史具有知识之谱、探究之乐、方法之美、能力之助、文化之魅、德育之效等教育价值<sup>[3]</sup>。这一方面的研究聚焦数学知识发生发展的过程与人类观念、自然、社会等方面的相互关联，超越数学学科的单一属性，将数学与人类文明的不断发展融为一

体, 突显数学史文化属性的育人功能。随着新时代“立德树人”教育目标的提出, 数学史的育人价值被赋予了新的内涵, 在利用数学史发展学生数学观、方法观和文化观的同时, 更要注重通过这一过程塑造学生的高尚品格, 发展德育观念, 实现文化浸润的育人效果。

## （二）教学应用的研究

教学应用的研究包括宏观、中观、微观三个层面的研究。宏观层面指向教学模式研究。朱凤琴, 徐伯华概述了双循环的诠释学模式、资源联络融入模式、历史—心理的认识论模式、逻辑—历史—认知三面向的融入模式、“为何—如何”组合模式<sup>[4]</sup>等五种融入数学史的教学模式。教学模式的研究给应用数学史提供了理论支撑。中观层面指向教学策略研究。张楠、罗增儒提出融入数学史的四个原则: 科学性、实用性、趣味性、广泛性<sup>[5]</sup>。汪晓勤提出融入数学史的四种方式: 复制式、附加式、重构式、顺应式<sup>[6]</sup>。朱立明、马云鹏构建了“以从数学史料到数学课程资源的形态转化为前提, 以数学知识与数学史内容的主辅适切原则, 以依据内容与目标选择合理的融入模式为关键”的教学策略<sup>[2]</sup>。教学策略的研究给应用数学史提供了实践指导。微观层面指向教学案例研究。汪晓勤组建团队开发数十个 HPM 课例, 出版多本 HPM 相关著作, 推动了国内数学史与数学教育的发展, 为一线教师提供了教学参考。随着“教学评一体化”的提出与实践, 与应用数学史的课堂教学有关的评价工具有待探讨, 以更好地推动数学史融入数学教学。

## （三）教材编写的研究

教材编写的研究主要涉及两个主题。一是数学史融入教材的方式。蒲淑萍、汪晓勤提出教材中呈现数学史料的方式: 点缀式、附加式、复制式、顺应式、重构式。其中前三者是显性融合, 后两者是隐性融合<sup>[7]</sup>。王嵘将数学史显性融入教科书的方法概括为四种方式: 片段式、旁注式、问题式、短文式<sup>[8]</sup>。章飞、胡晋宾、顾继玲在此基础上提出六种深度融合数学史的方式: 古题今解、古法今释、古法今探、古法今用、古史今编、古史重构<sup>[9]</sup>。数学史融入教材的方式显性融合多, 隐性融合少, 在数学史专栏多以阅读材料的方式呈现。二是数学史融入教材的比较研究。教材比较的研究内容包括数学史总体数量、栏目分布、内容类别、知识领域、运用方式、信息载体、多元文化等方面<sup>[10]</sup>。教材比较的研究对象包括同一出版社多版教材、不同出版社教材、不同区域教材等。教材比较研究为教材编写提出了增加数学史数量、提高数学史质量、提升史料运用水平、发扬民族特色、展现多元文化等建议。除此以外, 数学史课外读物的研究值得关注。

## （四）素养提升的研究

素养提升的研究包括学生和教师两类主体。对学生而言, 数学素养包含知识概念、基本技能、数学思想、数学方法、思维、数学态度等方面内容<sup>[11]</sup>, 李玥认为数学史融入教学对培养学生理性的、批判的、求真求实的和追求自由的科学精神大有用处。刘俊先认为在教学中渗透数学史知识, 符合弗赖登塔尔的再创造的理论, 有利于发展学生的创造能力<sup>[12]</sup>。对教师而言, 数学素养包含了学科素养和教学素养, 潘丽云认为可以以数学史的学习为抓

手, 在理论和实践两个层面提升教师的数学素养<sup>[13]</sup>。李国强、徐丽华根据 SOLO 理论把数学教师的数学史素养划分为 5 个水平, 为数学教师数学史素养的提升提供了一个发展规划或努力方向<sup>[14]</sup>。数学史作为连接学生与数学、教师与教学的桥梁, 对二者数学素养的提升具有不可替代的作用。融入数学史的教学突出知识生成的过程, 是学生批判性思维能力、创新能力等数学素养发展的重要路径。提高教师应用数学史的水平, 才能更好地促进学生数学思维的发展, 有关教师数学史与数学教育的培训有待进一步加强。

## 四、研究结论与启示

### （一）研究结论

通过对发文量、作者合作网络及研究机构、关键词共现网络、突变词和关键词聚类进行分析, 全面回顾和审视近 30 年国内数学史与教学教育研究成果, 得到以下结论:

第一, 2003 年和 2017 年两轮课程改革对推动数学史与数学教育的发展发挥了积极作用, 受新一轮课程改革更强调单元整体教学的影响, 有关数学史与数学教育的研究热度呈下降趋势, 融入数学史的单元教学值得深入探讨。

第二, 国内研究以高等院校为主要研究基地, 以华东师范大学汪晓勤为主要研究代表, 各研究基地、代表性研究学者之间的合作不多。虽然在高校教师、研究生等作者的引领下, 研究成果不断增多, 但是区域发展不均衡, 需要进一步加强跨区域的联合研究与推广。

第三, 国内数学史与教学教育的研究经历了从数学史教育价值的探讨, 到 HPM 理论的发展与完善, 再到理论指导实践的融合发展等阶段。研究的主要问题包括数学史的教育功能、数学史的教学应用、融入数学史的教材编写、学生与教师素养提升等。

### （二）研究启示

#### 1. 协同推进, 构建跨区域的 HPM 研究合作体

数学史与数学教育研究机构和作者具有多点集中分布的特点。一是要发挥华东师范大学、西南大学、吉林师范大学、华中师范大学等东部、西部、北部、中部等区域高校的带头作用, 加强跨区域合作, 构建跨区域研究合作体, 由点到面推动国内数学史与数学教育的全域发展。二是要加强高校、教研机构与中小学之间的合作, 形成三位一体、优势互补的教研共同体, 发挥高校教师的理论优势, 以及中小学教师的实践优势, 加强理论研究与实践研究的互补, 形成“理论+实践+推广”的发展新局面。

#### 2. 系统研发, 形成全覆盖的 HPM 案例资源库

数学史与数学教育的教学模式、教学策略等理论层面的研究已日趋完善, 可借鉴的 HPM 教学案例逐渐丰富, 但仍然存在系统性不足的问题。因此, 配套数学教材的数学史素材有待系统开发, 建议研究合作体能开展联合研发, 不断拓宽数学史料的覆盖面。在此基础上, 建议教研共同体通过线上、线下等多种教研方式, 不断完善 HPM 案例的开发, 在实践中进行修改与完善, 逐步形成系统的、全覆盖的 HPM 案例资源库, 为跨区域的资源引进到

区域改进奠定基础,形成“外引内生”的发展新态势。

### 3. 研训并举,培养高水平的 HPM 教师队伍

数学史素养和应用数学史的教学能力是数学史融入数学课堂教学的前提,也是发挥数学史教育功能的关键。建议高等院校师范专业将数学史与数学教育课程纳入师范生培养的必修课,纳入数学相关专业的选修课,为准备从事数学教育的师范生打好教育教学基础。建议教研机构与高校紧密合作,开展数学史与数学教育的理论与实践的系统培训,更新教师育人观念,提高教师育人能力;开展融入数学史的教研活动,营造数学史融入数学教学的区域教研氛围,切实激发教师发展的新动力。

### 4. 紧跟时代,开展多因素的 HPM 融合研究

随着新一轮课程改革单元整体教学理念的走深走实,数学史与数学教育的发展也需要与时俱进。HPM与单元教学的融合发展不失为一个新的研究方向。文<sup>[15]</sup>探讨了“以数学文化为主题的单元教学组织策略”,呈现了基于数学史的圆锥曲线单元整体教学设计框架,为探索 HPM与单元教学提供了可参考的案例。将 HPM与单元教学的理念进行融合,需要综合考虑“数学史”“教材逻辑”“学生认知”等多因素,使得教学能兼顾知识的生成性与统整性,更好地促进学生发展。

## 参考文献

- [1] 冯振举,杨宝珊. 发掘数学史教育功能,促进数学教育发展——第一届全国数学史与数学教育会议综述 [J]. 自然辩证法通讯, 2005(4): 108-109.
- [2] 朱立明,马云鹏. 核心素养视角下数学史教育的价值与策略 [J]. 中小学教材教学, 2016(11): 55-58.
- [3] 岳增成,汪晓勤. 国际数学史与数学教育 (HPM) 发展历程及启示 [J]. 上海教育科研, 2022(4): 84-92.
- [4] 朱凤琴,徐伯华. 数学史融入数学教学模式的国际研究与启示 [J]. 数学教育学报, 2010, 19(3): 22-25.
- [5] 张楠,罗增儒. 对数学史与数学教育的思考 [J]. 数学教育学报, 2006, 15(3): 73-75.
- [6] 汪晓勤. HPM的若干研究与展望 [J]. 中学数学月刊, 2012(2): 1-5.
- [7] 蒲淑萍,汪晓勤. 数学史怎样融入数学教材:以中、法初中数学教材为例 [J]. 课程·教材·教法, 2012, 32(8): 63-68.
- [8] 王嵘. 数学文化融入中学教科书的内容与方法 [J]. 数学教育学报, 2022(1): 19-23.
- [9] 章飞,胡晋宾,顾继玲. 数学史融入数学教材的方式探析 [J]. 数学通报, 2023, 62(10): 19-23, 46.
- [10] 李立斌,王洁,朱家生. 澳大利亚 Haese 版 IBDP 和中国人教 A 版高中数学教材中数学史的比较研究 [J]. 数学教育学报, 2025, 34(1): 13-19.
- [11] 李玥. 关于数学素养教学的几点思考 [J]. 科技视界, 2014, (35): 153.
- [12] 刘俊先. 论数学史对提高数学素养的重要作用 [J]. 教育与职业, 2009, (24): 175-176.
- [13] 潘丽云. 数学史视野下小学教师数学素养提升的实践研究 [J]. 课程·教材·教法, 2020, 40(06): 96-101.
- [14] 李国强,徐丽华. 基于 SOLO 分类理论的数学教师数学史素养水平划分 [J]. 数学教育学报, 2012, 21(1): 34-37.
- [15] 于涛. 以大观念为中心的数学单元教学策略 [J]. 中学教研 (数学), 2024(1): 1-5.