基于 MATLAB/Simscape Multibody 的弹簧 摆运动模拟

张国清,李林,南宇飞,李雨田,陈莎莎,赵雪琦,周战荣,沈晓芳 火箭军工程大学,陕西 西安 710025 DOI: 10.61369/ETR.12287

 摘 要: 基于 MATLAB/Simscape Multibody 仿真平台构建了弹簧摆系统的动力学模型。仿真结果符合弹簧摆的复合运动可分 解为径向弹性振动与横向单摆运动的非线性叠加,两者的动力学耦合特征由初始条件决定这一结论。相较于传统理论 推导或实验探究的教学模式,本方法有效降低了复杂力学系统分析对数学建模能力与实验设备的依赖,提高了知识传 递效果,在深化学生物理规律认知与培养学生工程实践能力方面具有应用价值。

关键词: MATLAB; Simscape Multibody; 弹簧摆; 模拟

Simulation of Spring Pendulum Motion Based on MATLAB/Simscape Multibody

Zhang Guoqing, Li Lin, Nan Yufei, Li Yutian, Chen Shasha, Zhao Xueqi, Zhou Zhanrong, Shen Xiaofang Rocket Force University of Engineering, Xi'an, Shaanxi 710025

Abstract: A dynamic model of a spring pendulum system was constructed based on the MATLAB/Simscape Multibody simulation platform. The simulation results are consistent with the conclusion that the compound motion of the spring pendulum can be decomposed into the nonlinear superposition of radial elastic vibration and lateral simple pendulum motion, and the dynamic coupling characteristics of the two are determined by the initial conditions. Compared with traditional teaching modes centered on theoretical derivation or experimental exploration, this method significantly reduces the dependence of complex mechanical system analysis on mathematical modeling ability and experimental equipment, improves the effectiveness of knowledge transfer, and has application value in deepening students' understanding of physical laws and cultivating their engineering practice ability.

Keywords: MATLAB; Simscape Multibody; spring pendulum; simulation

《大学物理》课程中,"弹簧振子"与"单摆"作为振动系统的两大理想模型^[1],其复合形成的弹簧摆体系因动力学耦合特性而备 受关注^[2-13]。当前对该问题的研究主要存在两种路径:理论分析——通过严谨的数学推演构建运动方程,结合 Mathematica等软件生 成数值解与图表^[25,7-9,12-14],虽系统性突出但物理图像抽象,学生难以从静态图表中具象化理解耦合振动中能量传递与模式转换的动态 过程;实验探究——能直观呈现弹簧摆的复杂运动轨迹^[34,6,10,11],却因器材精度、环境干扰等因素难以普及。这种理论认知与现象感知 的割裂状态,严重制约了弹簧摆教学的深化推进,因此亟需探索构建一种兼具数理严谨性与现象可观测性的新型教学方式。

Simscape Multibody 是 MATLAB/Simulink 平台中的多体动力学仿真环境,通过刚体、关节、约束、力元件及传感器等物理单元的模块化组合实现复杂多体系统的建模,建模完成后可自动构建系统动力学方程并完成数值解算,结果支持三维运动可视化输出。本文给出了基于 Simscape Multibody 构建弹簧 摆模型的方法,验证了结果的可靠性,展现了这一手段在教学中的优势。

弹簧摆问题的理论分析

如图1所示, 弹簧摆由轻质弹簧和小球组成,小球半径相对于弹簧长度可以忽略不计。设弹簧的劲度 系数为 k, 原长为 l₀,小球的质量为 m,大小忽略不计。以悬挂点为原点,原点到小球的距离为 r,弹簧与 竖直方向的夹角为θ,建立如图1所示的极坐标系^[2]。

选择弹簧原长时弹性势能为零,坐标原点处为重力势能的零点。则系统拉格朗日函数为

$$L = T - V = \frac{1}{2}m(\dot{r}^{2} + r^{2}\dot{\theta}^{2}) + mgrcos\theta - \frac{1}{2}k(r - l_{0})^{2}$$

O
 WWWWWWWWW
 k
 r
 r
 mg
>图1 弹簧摆

基金或课题:火箭军工程大学基础部教学研究项目(JCB202404B07)。

作者简介:张国清(1992-),男,甘肃武威人,火箭军工程大学基础部物理教研室讲师,硕士,主要从事光学方面的研究。

则动力学方程为

$$\ddot{r} = r\dot{\theta}^2 + g\cos\theta - \frac{k}{m}(r - l_0)$$
$$\ddot{\theta} = -\frac{2}{r}\dot{r}\dot{\theta} - \frac{g}{r}\sin\theta$$

弹簧摆的运动可以看作是径向弹簧的振动和横向单摆的摆动这两种运动模式耦合作用的结果。选择小的摆角和适当的劲度系数,可 以使这种耦合影响很小¹⁵。

一、弹簧摆的 Simscape Multibody 模拟仿真

(一)模型建立

在 Simscape Multibody 环境下构建物理模型的基本步骤为: ①确立坐标系系统; ②创建各实体构件; ③调整构件间的相对位 置使其满足空间装配关系; ④依据系统的运动学约束关系,选用 关节元件并配置其参数; ⑤启用 Joints模块的 Sensing功能,实时 监测并记录位移、速度、加速度等运动参数以用于分析。建立弹 簧摆模型的具体做法如下:

首先,在 Frames and Transforms的 Rigid Transform 子模 块中设置相对于世界坐标系的系统坐标系。

其次,利用 Body Elements模块中的 Brick Solid和 Spherical Solid子模块创建立方体和小球并设置相关参数,其中立方体用于 表示弹簧悬挂点。

接着,通过 Joints 模块下的 Telescoping Joint 子模块设置小球和悬挂点间相对位置和运动约束关系。

然后,设置 Telescoping Joint 子模块的属性以获得运动 过程中弹簧角度及长度变化信息:在属性中打开 Spherical Primitive(S)下的 Sensing项,勾选 Position,获取角度参数; 在属性中打开 Z Prismatic Primitive(Pz)下的 Sensing项,勾选 Position,获取长度参数。

最后,由 Simulink中的 Scope模块输出弹簧角度和长度参数。注意,这里需要 PS-Simulink Converter模块将 Telescoping Joint子模块输出的物理信号转换为 Scope模块能接收的 Simulink 信号。转换后输出的角度信息以四元数形式表示,需要利用函数模块处理后获得具体旋转角度^[15]。完成的弹簧摆系统如图2 所示。



(二)参数设置

设置弹簧摆模型的机械配置和求解器参数,一般选择默认 设置即可。求解器参数中可以适当减小求解步长使得结果更为 精确。

点击"运行"按钮后求解过程由后台自动进行,完成后输出 仿真结果。

(三)仿真结果

系统根据仿真结果可自动生成三维动态图,如图3所示。该交 互式操作界面能够直观呈现弹簧摆系统的运动情况。利用图2中 Scope模块获得的运动参数可进一步分析研究其运动学特性。



> 图3 运行结果界面

二、结果分析

通过参数化实验设计,可系统探究不同初始条件对系统动力 学行为的影响。弹簧摆系统在小球半径1cm、小球质量0.033kg、 弹簧原长0.21m、弹簧劲度系数32N/m、弹簧初始长度0.23m、 初始摆角70°、初始角速度0 rad/s、初始时弹簧静止条件(记为 条件1)下的运动学数据如图4(1)所示。仿真实验数据表明:摆 角变化呈现显著的周期性振动模式,而弹簧径向伸缩量则表现出 具有振幅调制的准周期性振动特征。



> 图4 弹簧摆角度和长度随时间变化规律图像

(1)条件1下运动情况(2)条件2下运动情况图4 弹簧摆角度和长度随时间变化规律图像

弹簧摆系统在小球半径1cm、小球质量0.01kg、弹簧原长 1.0m、弹簧劲度系数0.01N/m、弹簧初始长度1.0m、初始摆角 5°、初始角速度0 rad/s、初始时弹簧静止条件(记为条件2)下 的运动学数据如图4(2)所示。仿真实验数据显示:摆角演化呈 现显著的非周期性振动特征,而弹簧径向伸缩量则保持稳定的简 谐振动周期特性。

两种动力学特征与文献中理论和实验规律高度吻合^[2-4,6,8,9], 验证了系统仿真结果的正确性与可靠性。

三、结论

本文采用 MATLAB/Simscape Multibody 平台对弹簧摆模型 进行了系统性建模仿真, 仿真结果能够以三维动画形式呈现运动 过程,运动规律与理论和实验结果一致,验证了系统的正确性和 可靠性。相较于传统理论推导或实验探究的教学方式,本方法有 效降低了复杂力学系统分析中对学生数学建模能力的要求与实验 设备的依赖,提升了力学现象的表征效率与知识传递效果。该方 法在深化学生物理规律认知与培养学生工程实践能力方面具有积 极意义。

参考文献

[1]康報,大学物理(下册)[M](第五版).北京:科学出版社,2025:1-2,7-8.
[2]杨正波,夏清华,刘思平.不同控制参数下的弹簧摆[J].大学物理,2011,030(005):23-26,42.
[3]何玉吉,汪金芝,梁卓凡,等.弹簧摆动力学行为演示仪[J].大学物理,2021,40(3):62-65.
[4]司丽荣,张竞夫.弹簧摆内共振现象的实验研究[J].物理实验,2002(3):9-12.
[5]管惹,李维善.弹簧摆运动的研究[J].大学物理,2010,29(3):16-20.
[6]董雨萱,余家辉,叶晓阳,等.基于图像识别技术的弹簧摆动力学实验研究[J].大学物理实验,2022,35(2):73-78.
[7]陈林,桑芝芳.基于 GeoGebra对一种弹簧摆问题的可视化研究[J].物理通报,2021(3):43-46+50.
[8]赵文丽,张红,厉桂华,高峰.基于 Mathematica 的弹簧摆内共振现象研究[J].大学物理实验,2022,33(4):84-89.
[10]汪慧琴,韩美娟.实验探究弹簧摆的运动规律[J].物理教学,2019,41(8):27-31.
[11]朱国强,姚梦真,陈峻峰,实验验证和数值仿真一个弹簧摆问题[J].物理教师,2022,43(8):58-60.
[12]陈自强皮飞鹏.命制弹簧摆试题应当如何设置题设条件——以弹簧摆简单周期运动参数条件为例[J].物理教学,2023,45(4):53-55+24.
[13]江小萍文伟张乐.基于 Mathematica的弹簧摆楔型研究[J].物理教学探讨,2024,42(12):79-81.
[14]吴迪,刘军,徐朋,等.基于 Simulink S-函数的物理实验动画设计[J].大学物理实验,2011,24(2):87-90.

[15]邓正隆. 惯性技术 [M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社, 2006.2:14-21.