

基于几何分析与多目标规划的多波束测线优化研究

林嘉淇, 黎梓晴, 林锦春

广州大学 数学与信息科学学院, 广东 广州 510006

DOI:10.61369/ASDS.2025060013

摘 要 : 多波束测深技术在海洋勘探及海底地形测绘等领域具有举足轻重的地位, 而测线优化对于提升测量效率与数据准确性至关重要。本研究旨在通过几何分析与多目标规划相结合的方法, 解决当前多波束测线布设中存在的漏测、数据冗余等问题, 进而提高测量质量与效率。在研究方法上, 利用空间解析几何建立二维及三维海域测线覆盖宽度与重叠率的计算模型, 并构建考虑覆盖宽度、重叠率、测量成本等多重目标的规划模型。通过一维遍历搜索算法对模型进行求解。研究发现, 在不同海域条件下, 基于该方法能够得到最优的测线布设方案, 为多波束测线优化提供了新的思路与方法。

关 键 词 : 多波束测深; 几何分析; 多目标规划; 测线优化; 模型求解

Optimization of Multi-Beam Survey Lines Based on Geometric Analysis and Multi-Objective Programming

Lin Jiaqi, Li Ziqing, Lin Jinchun

School of Mathematics and Information Science, Guangzhou University, Guangzhou, Guangdong 510006

Abstract : Multi-beam bathymetry technology holds a pivotal position in fields such as ocean exploration and submarine topographic mapping, and survey line optimization is crucial for improving measurement efficiency and data accuracy. This study aims to address issues such as missed measurements and data redundancy in the current multi-beam survey line layout through a combination of geometric analysis and multi-objective planning, thereby improving measurement quality and efficiency. In terms of research methods, a calculation model for the coverage width and overlap rate of survey lines in two – dimensional and three – dimensional sea areas is established using spatial analytic geometry, and a planning model considering multiple objectives such as coverage width, overlap rate, and measurement cost is constructed. The model is solved through a one – dimensional traversal search algorithm. The study finds that under different sea area conditions, based on this method, an optimal survey line layout plan can be obtained, providing new ideas and methods for multi – beam survey line optimization.

Keywords : multi-beam bathymetry; geometric analysis; multi-objective programming; survey line optimization; model solving

引言

多波束测深技术作为现代海洋勘探与海底地形测绘的核心工具, 以其高效、高精度的特点在水体测量领域占据重要地位。该技术通过一次性发射多个独立波束, 能够同时获取与航行方向垂直平面内成百上千个水深值 (图1), 从而实现海底地形的条带式覆盖测量 (图2)^[1]。相较于传统的单波束测深系统, 多波束测深系统不仅显著提升了测量效率, 还大幅增强了数据的分辨率与准确性, 为海洋科学研究、资源开发以及环境监测提供了可靠的技术支持^[2]。然而, 由于海底地形的复杂性和多变性, 测线布设的合理性直接影响测量结果的质量。优化测线方向与实际待测海域特点, 能够在一定程度上减少漏测区域和数据冗余现象, 进而提高测量效率与数据精度。因此, 针对多波束测线优化的研究具有重要的理论价值和实际意义。

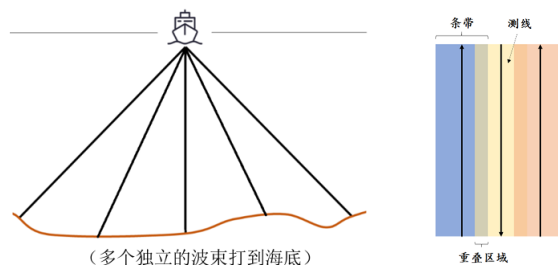


图1: 多波束测深的工作原理

图2: 条带、测线及重叠区域

基金项目: 2024年大学生创新创业训练计划项目“基于几何分析的多波束测线问题研究”(XJ202411078147)。

作者简介:

林嘉淇, 广州大学数学与信息科学学院, 本科, 研究方向为数学教育;

黎梓晴, 广州大学数学与信息科学学院, 本科, 研究方向为数学教育;

林锦春, 广州大学数学与信息科学学院, 本科, 研究方向为计算数学。

一、文献综述

近年来,针对多波束测线优化的研究取得了显著进展,学者们提出了多种模型与方法以提升测量效率与数据质量。王凝等人基于几何关系建立了覆盖宽度、测线重叠率与测线位置之间的数学模型,并进行求解验证了模型的有效性,实验结果表明选择与水底坡面法方向在水平面投影垂直的方向作为测线方向时可达最优解^[3]。葛平茹等人则结合计算几何与三角函数定理,推导了表征覆盖宽度与相邻条带重叠率关系的数学模型,并提出了一种基于向量法的测线设计优化方法,其研究成果通过模拟仿真得到了充分验证^[4]。刘银峰等人进一步研究了不同地形条件下的测线布设方案,通过建立海底坡面参数方程与多波束探测面所在平面参数方程,得到了不定测线方向覆盖宽度模型,并最终构建了针对矩形海域的测线总长度优化模型^[5]。这些研究为多波束测线优化提供了重要的理论基础与实践指导,但仍存在一定的局限性,尤其是在复杂海域环境下的适用性方面尚需进一步探索。

尽管已有研究在多波束测线优化领域取得了一定成果,但在几何分析与多目标规划的结合方面仍存在明显不足。现有文献大多侧重于单一目标的优化,如最小化测线总长度或最大化覆盖宽度,而忽略了实际测量中多重因素之间的权衡问题^[6]。例如,在复杂海底地形条件下,如何同时考虑覆盖宽度、重叠率、测量成本以及设备限制等多个目标尚未得到充分研究。此外,现有模型在处理不规则海域时往往依赖于简化假设,导致其普适性与实用性受到限制。本文旨在填补这一研究空白,通过引入多目标规划方法,将几何分析与实际测量需求有机结合,提出一种适用于不同海域条件的通用测线优化模型。这一创新点不仅有助于提高测线设计的科学性与合理性,还为多波束测深系统的实际应用提供了新的思路与方法^[7]。

二、基于几何分析的测线模型

(一) 二维海域测线模型

在二维海域中,关于多波束测深系统的测线布设优化问题,本文通过空间解析几何方法进行建模与分析。如图3所示,海水深度即为多波束换能器到此交点的距离大小,其中A、B为两条相邻测线,从A、B两测线位置分别发射开角相同的多波束,形成波束平面。

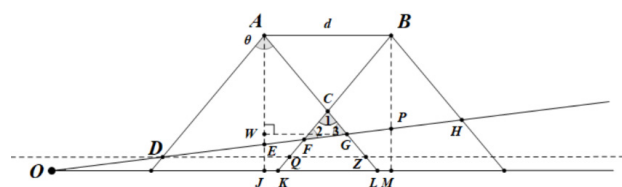


图 3: 相邻测线下的波束面的示意图

多波束测深系统的覆盖效率受水深 D_k 、波束开角 θ 及海底坡度 α 共同影响。基于几何分析, 相邻测线的水深递推关系为:

$$D_{k+n} = D_k \pm d_n \cdot \tan \alpha \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

其中 d_n 为第 k 条测线距离右侧第 n 条测线的距离大小。

首先, 考虑声波发射与接收机制形成的条带式测量方式, 在二维平面内, 测线的覆盖宽度主要由声波束的传播角度、水深以及测船航行方向决定, 从而建立相邻条带间重叠率与覆盖宽度的数学模型, 则在第 k 条测线发射的波束面在坡面上的覆盖宽度 W_k 的表达式为:

$$W_k = \frac{D_k \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} + \alpha \right)} + \frac{D_k \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} - \alpha \right)}$$

第 k 条测线与第 $k+1$ 条测线条带在坡面上的重叠长度 X_k , 其中 k 可取任意整数:

$$X_k = \frac{D_{k+1} \sin \theta \cos \alpha}{\cos\left(\frac{\theta}{2} + \alpha\right) \cos\left(\frac{\theta}{2} - \alpha\right)} - \frac{d \cos \frac{\theta}{2}}{\cos\left(\frac{\theta}{2} - \alpha\right)}$$

波束面在新基准水平面的重叠长度 X_{0k} ，由图3通过几何分析可得出关系：

$$\frac{W_{0k}}{\sin\left(\pi - \frac{\pi - \theta}{2} - \alpha\right)} = \frac{W_k}{\sin\frac{\pi - \theta}{2}}$$

在此基础上,通过引入测线间距 d 和重叠率 η ,可以进一步推导出满足一定覆盖率条件下的测线布设公式:

$$\eta = 1 - \frac{d}{W}$$

上述模型揭示了二维海域中测线覆盖宽度与重叠率之间的几何关系,为后续优化奠定了基础。此外,还需分析直线与直线之间的位置关系,以确保测线布设的合理性与有效性。例如,当两条测线平行时,其间距需严格控制在覆盖宽度范围内以避免漏测;而当两条测线相交时,则需考虑交叉区域的重复测量问题,从而减少数据冗余^[9]。

（二）三维海域测线模型

在三维海域中,多波束测深系统的测线布设优化问题变得更加复杂,需要综合考虑声波束在不同深度层面的传播特性以及海底地形的影响。为此,本文采取建立空间直角坐标系,如图4所示,将测线覆盖宽度与重叠率的计算扩展到三维空间中。

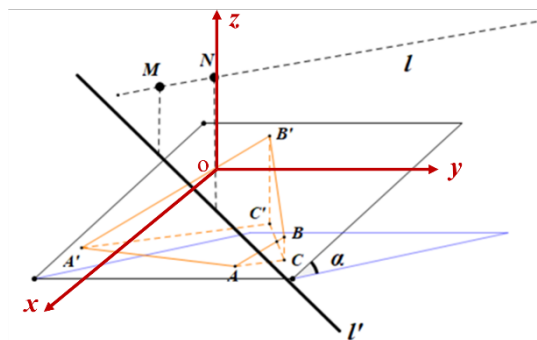


图 4: 三维矩形海域坐标示意图

现假设声波束在三维空间中的传播路径为一个圆锥面, 其轴

线与垂直方向夹角为 α ，则可得测线发射的波束面在坡面上的覆盖宽度 W_k 的表达式为：

$$W_k = \frac{D_k \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} + \alpha \right)} + \frac{D_k \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} - \alpha \right)}$$

该式反映了声波束因倾斜传播而导致的覆盖宽度变化^[9]。在此基础上，还需探讨直线与平面、平面与平面之间的位置关系，以应对三维海域中不规则地形对测线布设的影响。当测线穿越斜坡地形时，需根据海底坡面参数方程与多波束探测面所在平面参数方程，计算实际覆盖宽度与理论覆盖宽度之间的偏差。

三、矩形坡面海域多目标规划模型

针对矩形坡面海域，测线布设方案的优化需要综合考虑覆盖宽度、重叠率以及测量成本等多重因素。在多波束测深技术中，覆盖宽度决定了单次测量能够有效获取的地形数据范围，而重叠率则直接影响测量数据的冗余程度和精度^[7]。为了平衡这些因素，本研究将测线布设问题转化为一个多目标规划模型，通过数学方法求解最优解。考虑在给定待测区域、海水深度、坡度及换能器张角的情况下，寻求最优测线方向，以重叠率为约束条件，以最小化测量长度并且能够覆盖整个待测区域为目标，建立相应多目标规划模型^[10]。

平行测线有助于确保海底地形的连续性和完整性，更好地规划测量路径，同时平行航线也有助于测量船开展作业，减小测量成本，因此，本研究考虑测线为相互平行的直线族^[11]。设 x_i 为第 i 条测线的布设长度，则测量长度可表示为 $x_{\text{sum}} = \sum_{i=1}^n x_i$ 。其中每条测线长度取决于沿选定方向布设的平行测线族与矩形海域边界的交点位置。考虑三维矩形海域所建立的空间直角坐标系，当 β 待定时，测线方向向量可表示为 $l = (\cos \beta, \sin \beta, 0)$ 。

进一步，假设某测线起始于区域边界点 $(x_i, y_i, 110)$ ，则可得到直线的参数方程为：

$$l = \begin{cases} x = x_i + \cos \beta t \\ y = y_i + \sin \beta t \\ z = 110 \end{cases}$$

通过求解此类直线与矩形海域边界直线的交点，联立初始点即可求得此测线的测量长度 x_i 。设 S 代表目标矩形海域坡面区域， S_d 为沿所有布设测线扫描后形成的实际覆盖区域。

故目标函数为：

$$\begin{cases} \min x_{\text{sum}} \\ S \subset S_d \end{cases}$$

对于平行测线，相邻两条测线间的重叠率 η 定义为二者重叠区域面积与后续测线覆盖区域面积之比，该面积可通过积分方法计算得到。

相应约束条件为：

$$10\% \leq \eta \leq 20\%$$

结合目标函数与约束条件即可得到最终的多目标规划模型。通过动态规划算法，该模型能够在满足重叠率约束的同时，最小化测量成本并最大化覆盖效率^[7]。上述模型的构建过程充分考虑了矩形坡面海域的地形特点。

四、一维遍历搜索算法求解模型

一维遍历搜索算法是一种通过逐一检查所有可能解来寻找最优解的经典算法，其核心思想在于对解空间进行系统化探索以避免遗漏任何潜在的最优解。因此，在多波束测线优化问题中，本文采取一维遍历搜索算法求解模型，该算法可被用于求解基于几何分析与多目标规划构建的复杂模型。

采用一维遍历搜索来求解问题，主要分为以下几个步骤：

1. 确定搜索方向：首先确定一个初始点，然后沿着使目标函数值减小的方向开始搜索。
2. 寻找最小值：继续遍历搜索过程，直至找到目标函数的最小值。
3. 确定搜索区间：明确测线方向夹角 β 的取值范围，并对区间内的所有可能值进行全面检查。
4. 缩小搜索区间：通过不断缩小搜索范围，最终确定满足问题要求的最优解。

通过角度 β 的遍历搜索，可以得到在不同重叠率（10%、12%、15%、20%）下的测量船行驶轨迹。

在对不同重叠率进行综合分析后，得出不同角度下测线总长的最短值，具体数据如表 1 所示：

表 1：不同角度下最短测线总长

重叠率 /%	10	12	15	20
测线总长 /m	124285.8819	126380.0168	132277.6473	140276.2559

从表中可以看出，当重叠率 η 为 10% 时，测线总长达到最短。此时的最优航线轨迹如图 5 所示

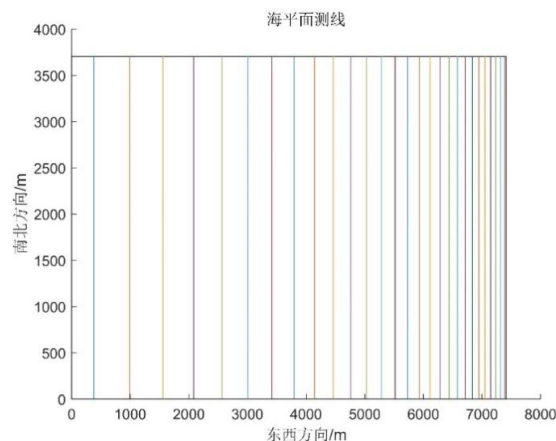


图 5：设计所得测线位置示意图

由于待测海域海水深度西深东浅，因此在西侧的覆盖宽度更大，因此测线较稀疏；在东侧的覆盖宽度更小，因此测线较密集。最西侧的测线距离边界较近的原因为该测线为起始测线，边

界位置只通过该测线下的左侧波束面覆盖，因此距离西侧边界位置间隔较小。西侧第1条与第2条测线间隔最大，越往东侧测线间隔越小。

表 2：设计所得测线具体位置

序号	距最西侧距离	序号	距最西侧距离
1	375.5552	15	5733.152
2	989.8083	16	5931.082
3	1556.33	17	6113.632
4	2078.828	18	6281.996
5	2560.725	19	6437.277
6	3005.175	20	6580.492
7	3415.088	21	6712.578
8	3793.148	22	6834.4
9	4141.83	23	6946.755
10	4463.417	24	7050.38
11	4760.015	25	7145.952
12	5033.565	26	7234.098
13	5285.858	27	7315.394
14	5518.546	28	7390.373

表2即为测线的具体位置结果。这种方法的优势在于其简单性和通用性，尤其适用于目标函数较为复杂且难以通过解析方法求解的情况。

五、结论

本研究基于几何分析与多目标规划方法，对多波束测线优化问题展开了系统性研究，旨在提升海洋测量的效率与数据精度。通过结合空间解析几何理论与现代优化技术，本文建立了适用于二维和三维海域的测线覆盖宽度与重叠率计算模型，并进一步提出了针对矩形坡面的多目标规划模型^{[5][6]}。这些模型不仅考虑了测线布设的技术要求，还综合了测量成本、数据冗余度等多重因素，为实现全局最优解提供了理论支持。实验结果表明，在不同海域条件下，所提出的方法能够有效生成最优测线布设方案，从而显著减少漏测区域并降低数据冗余现象^[7]。此外，通过一维遍历搜索算法的应用，本文成功实现了模型的快速求解，验证了该方法在实际操作中的可行性与稳定性。总体而言，本研究为多波束测线优化领域提供了新的思路与方法，具有重要的理论价值与实践意义。

参考文献

[1] 夏昊；邱诗雨；单欣悦；闫雪茹. 多波束测线的仿真优化 [J]. 科技风, 2024, (5): 61-63.

[2] 余启义. 基于多波束测深技术的海底地形测量 [J]. 测绘与空间地理信息, 2022, 45(09): 262-264.

[3] 王凝；黄婧；饶甜甜. 多波束测深系统下的测线优化模型 [J]. 电声技术, 2023, 47(6): 61-64.

[4] 葛平茹；张书畅；申文莹；徐伟. 基于计算几何的多波束测线模型 [J]. 自动化应用, 2024, 65(8): 4-8.

[5] 刘银峰；王幸欣；黄铭杰；刘正超. 基于非线性规划的多波束测线优化设计 [J]. 计算机应用文摘, 2024, 40(7): 61-64.

[6] 高梓馨；侯雨彤；黄蔚然；姬成怀. 基于主要目标法的测线设计 [J]. 数学建模及其应用, 2024, 13(1): 96-101.

[7] 王楠；俞治丞；王景贤. 基于动态规划的多波束测线布设模型 [J]. 南通职业大学学报, 2023, 37(4): 64-69.

[8] 孙士勇；王薇；顾晨伟；赵柏；林敏. 基于公平效用函数的多波束卫星通信下行链路波束成形算法 [J]. 电子与信息学报, 2022, 44(9): 3024-3032.

[9] 刘兴隆；杜彪；周建寨；解磊. 多频段环焦型椭圆波束天线优化设计 [J]. 电波科学学报, 2022, 37(3): 497-504.

[10] 何大鹏. 基于优化理论的网络部署与分配模型 [J]. 信息通信, 2020, (5): 31-33.

[11] 中国地质调查局. 中国地质调查局地质调查技术标准：海洋多波束测量规程 [M]. 北京：地质出版社, 2016.