

问题驱动下的小学数学模型意识培养策略 ——以人教版小学数学四年级（下）数学广角 《鸡兔同笼》为例

蒋月根

浙江省嘉兴市桐乡市濮院桐星学校，浙江 嘉兴 314520

DOI: 10.61369/ETR.2025260043

摘 要： 模型意识是学生核心素养的主要表现之一，不仅有助于学生深刻理解数学知识的本质，还能培养逻辑思维和问题解决能力。以“鸡兔同笼”问题为切入点，聚焦模型构建渗透关键数学思想，为学生搭建了从具象操作到抽象建模的思维进阶阶梯，促进其在新课标要求的“三会”素养——用数学眼光观察、用数学思维思考、用数学语言表达——上实现知行合一，为发展高阶思维与解决复杂现实问题提供方法论支持。

关 键 词： 小学数学；鸡兔同笼；数学思想；模型意识

Strategies for Cultivating Model Awareness in Primary School Mathematics through Problem-driven Approach — Taking “The Chicken and Rabbit in the Same Cage” in the Fourth Grade (Lower Term) of Mathematics in the People’s Education Edition as an Example

Jiang Yuegen

Tongxing School, Puyuan, Tongxiang City, Jiaxing, Zhejiang Province, Jiaxing, Zhejiang 314520

Abstract： Model awareness is one of the main manifestations of students' core literacy. It not only helps students deeply understand the essence of mathematical knowledge, but also cultivates logical thinking and problem-solving abilities. Starting from the "Chicken and Rabbit in the Same Cage" problem, focusing on the infiltration of key mathematical ideas in model construction, it provides students with a thinking advancement ladder from concrete operations to abstract modeling, promoting their integration of knowledge and action in the "three abilities" literacy requirements of the new curriculum standard – observing with a mathematical perspective, thinking with a mathematical mindset, and expressing with a mathematical language – and providing methodological support for developing high-order thinking and solving complex real-world problems.

Keywords： primary school mathematics; the chicken and rabbit in the same cage; mathematical ideas; model awareness

引言

《义务教育数学课程标准（2022年版）》提出义务教育数学课程目标以学生发展为本，以核心素养为导向，进一步强调使学生获得数学基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验，发展运用数学知识与方法发现、提出、分析和解决问题的能力。“鸡兔同笼”是我国古代趣味数学题之一，旨在培养学生数学思考与问题解决能力，渗透数学抽象、逻辑推理、数学模型等数学思想与方法。

一、教学情况分析与策略设计

“鸡兔同笼”是人教版四年级下册“数学广角”单元的内容，这是中国古代数学中的经典问题之一，最早见于《孙子算经》。因此，在教学设计中，采用由浅入深、循序渐进的方式展开教学^[1]。通过简化问题中的鸡兔数量，降低问题的复杂度，使学生能够更容易地进入问题情境。以画图法为切入点，引导学生直观

地呈现问题，帮助他们初步理解题意并建立形象思维。引入列表法，让学生通过数据的列举和分析，逐步发现规律，培养他们的逻辑思维能力和数据分析能力。

在课堂教学的导入环节，教师通过介绍《孙子算经》这一古代数学经典著作，引出“鸡兔同笼”问题，让学生在感受我国古代数学文化的博大精深的同时，激发他们的学习兴趣和民族自豪感。随后，教师引导学生分析题意，简化数据，帮助学生体会化

繁为简的数学思想,并鼓励他们在这一过程中积极探索解决问题的方法^[2]。学生与同桌展开合作探究,通过讨论和记录,分享彼此的想法和思路。此外,教师还提供多种不同情境下的类似问题,如“龟鹤算”“乘船问题”等,引导学生感知“鸡兔同笼”问题模型的本质特征,建立数学模型思想^[3]。

二、核心任务设计与实施路径

(一) 创设情境:文化浸润,问题驱动

教师以《孙子算经》为文化载体,通过多媒体呈现其历史背景,激发学生对于古代数学智慧的兴趣与民族自豪感。面对原题复杂数值,教师引导学生提出“化繁为简”策略,将问题简化为小规模数据,降低认知难度。

【教学片段1】

展示  ,提问:同学们,你们觉得这个图形可以代表什么?

生:代表两只脚的动物和四只脚的动物。

师:我们今天就用  代表鸡,  代表兔。我们今天就要来研究关于鸡和兔的问题。(展示课题)

师:我国古代数学名著《孙子算经》大约成书于一千五百年,我们来了解一下。课件播放介绍视频。

师:大家都了解哪些内容?

生:《孙子算经》中包含了很多有趣的数学知识,其中鸡兔同笼问题有很多有趣又有技巧的解法。

课件展示《孙子算经》中鸡兔同笼的原题(如图1所示)。

师:看到这题,你会算吗?

生:不能,有点困难。

师:那怎么办呢?

生:可以先用简单数据研究解决。

师:真聪明,我们可以化繁为简。 图一:《孙子算经》中鸡兔同笼原题



思考:在本环节中,教师通过播放数学著作视频引入课题,不仅激发了学生的学习兴趣,还让他们在感受古代数学文化的魅力中增强民族自豪感^[4]。同时,教师巧妙地渗透化繁为简的数学思想,引导学生从简单问题入手,逐步提升解决问题的能力。

(二) 探究任务:多维思考,感悟模型

教师通过任务引导学生分组探究,借助画图法、列表法与假设法展开多维度思考。利用小组讨论和教学反馈,促进学生不同程度的学生都有不同的收获,最终实现从具体操作到模型的建构,发展模型意识^[5]。

【教学片段2】

课件出示:

笼子里有若干只鸡和兔。从上面数,有8个头,从下面数,有26只脚。鸡和兔各有几只?

师:这道题的已知条件是什么?

生:笼子里有鸡和兔共8只。鸡和兔一共有26只脚。

生:鸡有2只脚,兔有4只脚。每只兔和每只鸡的脚数差是 $4-2=2$ (只)。

生:画图,列表,列算式……

师:看来可以用的方法还挺多,那到底怎么解决呢,请看温

馨提示(如图2所示)。

学生小组交流,教师巡视指导。

方法一:画图法

组1:我们组先全部画鸡,再画7只鸡1只兔,脚增加2只(图3)。

师:为什么脚就增加了2只。

生:一只鸡是2只脚,一只兔是4只脚,把一只鸡变成一只兔就增加了2只脚。7只鸡1只兔时是18只脚,不行,又将一只鸡变成兔……按照这样,发现3只鸡,5只兔时正好26只脚。

师:真棒,思路非常清晰,表达也很清楚,你们理解他的意思了吗?也是用画图法的同学和我挥挥手!

师:如果现在让你们再画图,就是画这幅图,你觉得可以怎么改进?

方法二:列表法

组2:我们组用的是列表的方法

(图4)。第一列时8只鸡,0只兔,共16只脚。第二列时7只鸡1只兔共18只。

师:这里为什么脚变多了?

生:一只鸡是2只脚,一只兔是4只脚,把一只鸡变成一只兔就增加了2只脚。

师:同学们脑海里有一幅图吗?我们把一只鸡调整成一只兔,脚就增加了2只。那第3列数据看得懂吗,这和前面有什么区别呢,为什么多2只脚。

生:这里是6只鸡2只兔,20只脚,又把一只鸡调整成一只兔,脚就增加了2只。

师:那接下来呢,谁来说说第4列数据。你认为22对不对。

师:第5列数据呢?为什么+2就对了

师:第6列数据呢?

师:为什么这里停下来了?

生:已经找到答案了。

师:小朋友们,会不会还有别的答案藏在里面呢?我们要不要再列下去呢?那这后面还有哪些情况,脚是多少?

生:后面可以是2只鸡,6只兔,28只脚。

师:再后面呢,脚会是多少?

生:30只,32只,34只……34只不对,当全部都是兔时,最多只有32只脚。

师:哇偶,你们的反应可真快。

师:也是用列表法的同学和我点点头!

方法三:假设法

组3:我们组用的是假设法。先假设都是鸡,每只鸡2只脚,共有 $8 \times 2 = 16$ (只)脚。题目给出的条件是一共26只脚,少 $26 - 16 = 10$ (只)脚,少的10只脚都是兔的。每只兔与每只鸡的脚数差为 $4 - 2 = 2$ (只),兔的只数就是 $10 \div 2 = 5$ (只),鸡的只数就是 $8 - 5 = 3$ (只)。

师:我有点没听懂,还需要同学们帮我解答一下, $8 \times 2 = 16$ 是什么意思?

生:原来当所有的兔子都叛变成鸡时,会有16只脚。

师: $26 - 16 = 10$ 又是什么情况?

生:比现实中少了10只脚。

温馨提示:(小组合作)
1. 两人为一小组;
2. 交流用什么方法解决,怎么解决;
3. 把方法记录在学习单上;
4. 两人都明白方法并派一位代表来介绍。

图2:鸡兔同笼解题温馨提示



图3:画图法

试一试,想一想

鸡	8	7	6	5	4	3			
兔	0	1	2	3	4	5			
脚	16	18	20	22	24	26			

图4:列表法

师：4-2=2只，这里每个数字分别代表什么意思？

生：一只兔子叛变成一只鸡，就少了2只脚。

师：为什么 $10 \div 2 = 5$ 只就是兔子的数量。

生：少的10只脚都是兔子的，且每只兔子少2只脚。

生：第2组的列表法。 $8 \times 2 = 16$ （只）就是鸡有8只时，兔子是0只，脚有16只。 $26 - 16 = 10$ （只）就是实际比假设多10只脚，每将一只鸡换成一只兔子，脚就会增加2只，所以 $10 \div 2 = 5$ （只）是说我们需要变5次也就是将5只鸡变成5只兔子，那兔子就是5只，鸡就是 $8 - 5 = 3$ （只）。

师：说得真清楚，大家听明白了吗，谁能再来说一说。

学生说每个算式代表的含义。

师：刚才是把8只都假设成鸡，如果都假设成兔又该怎样算呢？请大家独立思考，并将想法写在学习单上。

生：总脚数是 $8 \times 4 = 32$ （只），脚数差是 $32 - 26 = 6$ （只），每只差是 $4 - 2 = 2$ （只），所以鸡是 $6 \div 2 = 3$ （只），兔是 $8 - 3 = 5$ （只）。

师：也是用假设法的同学和我一起跺脚！

思考：在本环节中，教师采用小组讨论的形式，通过展示学生作品，引导学生展开讨论与自主探究。这一过程不仅帮助学生逐步探索出多样化的解题策略，还让他们在合作交流中积累经验，提升思维能力和问题解决能力，真正实现从“学会”到“会学”的转变^[9]。

（三）优化方法：思维进阶，构建模型

教师引导学生回归《孙子算经》原题，通过大数值问题促使学生主动优化策略，选择假设法进行解决问题。通过教师提问，学生对比方法，构建鸡兔同笼问题的数学模型。

师：我们来解决《孙子算经》中的鸡兔同笼问题吧，选择你喜欢的方法写在学习单上。

学生独立思考得出结论，全班交流。

师：我发现大家用的都是假设法，为什么没有画图法和表格法的呢？

生：数据太大了，画图法和列表法麻烦费时。

师：你知道古人是怎样解决“鸡兔同笼”的问题吗？

课件播放“抬脚法”视频。

思考：本环节解决《孙子算经》中的鸡兔同笼问题，学生根据自己的喜好选择解决方法。教师展示多份学生作品，通过对比分析，进一步巩固假设法的运用。同时，通过视频介绍古人解决该问题的独特思路，让学生领略古代数学家的智慧与巧妙思维^[7]。这一设计不仅帮助学生理解不同解题方法的优劣，还引导他们学会灵活思考，培养创新解决问题的能力，体会数学的趣味性和实用性。

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准 (2022年版) [S]. 北京: 北京师范大学, 2022.

[2] 刘付燕. 面向计算思维培养的跨学段衔接教学实践探索——以“鸡兔同笼”问题解决为例 [J]. 中小学信息技术教育, 2022(9): 14 - 16.

[3] 张侨平, 慈艳. 丰富教学素材, 贴近学生学习——以“鸡兔同笼”问题的教学设计为例 [J]. 教学月刊: 小学版 (数学), 2022(4): 30 - 33.

[4] 林伟, 尹弘飏. 多元学习理论中的“鸡兔同笼”问题解决教学 [J]. 广东第二师范学院学报, 2021, 41(05): 72-82.

[5] 陆丽芳. 小学数学模型意识培养的教学设计研究 [D]. 西南大学, 2024.

[6] 刘晨洁. 指向模型意识提升的小学数学学习题课教学实践研究 [D]. 伊犁师范大学, 2024.

[7] 张玲玲. 基于培养模型意识的小学数学建模教学的现状调查研究 [D]. 上海师范大学, 2024.

[8] 蔡丽琴. 小学数学教学中学生模型意识的培养 [J]. 亚太教育, 2023, (24): 164-166.

[9] 生辉. 小学高年级数学模型意识的培养现状研究 [D]. 哈尔滨师范大学, 2023.

[10] 徐子婷. 基于模型思想的小学数学模型意识培养研究 [D]. 沈阳师范大学, 2023.

（四）迁移应用：模型泛化，解决实践

教师创设“龟鹤算”“乘船问题”等跨情境任务，引导学生通过问题表象，理解“鸡兔同笼”的模型本质，拓宽学生的认知水平。

师：我们把鸡和兔放在一起研究了这类问题，日本也有道很有趣的题目，他们是把龟和鹤放在了一起，我们来试试。

课件出示：有龟和鹤共40只，龟的腿和鹤的腿共有112条。龟、鹤各有几只？

学生独立完成，全班分享。

课件出示：全班一共有38人，共租了8条船，每条船都坐满了。大小船各租了几条？（大船乘6人，小船乘4人。）

师：这个问题与我们的鸡和兔有联系吗？

生：这里可以把小船看成有4只脚的动物，大船看成有6只脚的动物。他们一共有8头，38只脚。

学生独立完成，全班分享。

思考：在本环节中，教师通过引入“龟鹤算”“乘船问题”等变式，引导学生认识到这些看似不同的问题其实都属于“鸡兔同笼”问题的范畴^[8]。帮助学生进一步理解该问题的本质和模型特征，让他们体会到其在生活中的广泛应用，真正实现从具体问题到数学模型的思维跨越。

三、教学的逻辑思考与感悟

（一）分层教学设计，突破理解难点

通过课堂观察与作业分析发现，多数学生能掌握列表法、画图法等直观策略，但对假设法的逻辑推理仍存在理解障碍。学生对“假设—比较—调整”的数学思想理解程度不一。后续需通过阶梯化任务设计，逐步深化逻辑推理能力：从画图法的直观验证、列表法的规律归纳，到假设法的抽象推演，形成“具体—半抽象—抽象”的思维进阶链条^[9]。在假设法教学中，可引导学生对比“全鸡”与“全兔”假设的共性与差异，理解“差值逻辑”的本质，培养模型意识。

（二）融合文化传承，深化模型意识

教学中以《孙子算经》为切入点，有效激发了学生对数学文化的兴趣，但在策略优化上可进一步拓展。例如，结合“抬腿法”“龟鹤算”等变式问题，将数学史与实践应用深度融合，让学生在对比中感悟数学模型的普适性。同时，在时间允许的情况下，可设计更多生活化情境，引导学生主动抽象问题特征，构建“鸡兔同笼”问题模型，强化迁移应用能力，促使学生从“解题者”转变为“建模者”，发展模型意识^[10]。