

高等数学中函数与图像教学一体化的策略

古丽米热·吐尔逊

新疆农业职业技术大学，新疆 昌吉 831100

DOI:10.61369/EST.2025030001

摘 要： 函数属于高等数学中的重要知识，它的教学成效直接对学生理解整门课程产生影响，图像在函数教学中具有辅助功效，可以帮助提升学生对于抽象概念的直观认识。本文基于函数知识的核心位置，分析图像在教学中的促进作用，研究函数与图像教学一体化的有效策略，以此提升高等数学教学质量以及学生的综合数学素养。

关 键 词： 高等数学；函数；图像；教学一体化；教学策略

Strategies for the Integration of Function and Graph Teaching in Advanced Mathematics

Gulimire · Tuerxun

Xinjiang Agricultural Vocational and Technical University, Changji, Xinjiang 831100

Abstract： Functions are an important component of advanced mathematics, and the effectiveness of teaching this concept directly impacts students' understanding of the entire course. Graphs play an auxiliary role in function teaching, helping to enhance students' intuitive understanding of abstract concepts. Based on the central position of function knowledge, this paper analyzes the facilitating role of graphs in teaching, explores effective strategies for the integration of function and graph teaching, and aims to improve the quality of advanced mathematics teaching and students' comprehensive mathematical literacy.

Keywords： advanced mathematics; function; graph; teaching integration; teaching strategy

引言

函数具有重要的核心地位，它贯穿于极限、导数、积分等多个内容，不过函数的定义和性质非常抽象，学生在学习时容易出现理解上的偏差以及认知方面的困难。图像作为一种直观的表达形式，可以有效弥补因抽象概念而产生的学习障碍，使学生把握函数变化的过程和特性，如何将函数教学和图像有机地结合起来，构建一套系统化的教学一体化路径，成为提升教学效果的课题，本文借助分析函数与图像在教学中的各自优势以及协同关系，提出切实可行的一体化教学策略，为高等数学教学改革与优化提供帮助^[1]。

一、函数知识在高等数学中的核心地位

高等数学这门课程，对于培养学生抽象思维以及逻辑推理能力起到基础性的作用，它的知识体系围绕着函数核心构建，在教学实践中，需要关注函数在整个课程体系中所占的地位。

（一）函数知识体系在高等数学中的统领作用

函数是高等数学知识展开的起始点，也是贯穿课程结构始终的主线，引入函数后，学生能建立变量间定量关系，为理解极限、导数、积分等核心概念奠定基础。函数概念广泛，包容性强，可统一描述代数、几何、数列等多种数学对象，形成系统数学语言，函数在课程内容组织和教学策略方面起指导作用，利用构建函数模型，教师能实现知识点有机衔接，提升教学系统性和条理性。在知识讲授与技能训练中，函数提供内容框架和方法支撑，成为高等数学结构中的统领要素。

（二）函数知识在高等数学知识体系中的结构定位

函数在高等数学知识体系中处在核心交汇之位置，它直接关联着多个知识模块，构建严密的逻辑网络。极限理论的构建是以函数值的变化趋势作为基础的，导数的定义依靠函数在某点处的瞬时变化率，而积分概念则体现出函数在区间上的累积特性，这些均呈现出函数在知识结构中有着承上启下的作用。函数和数列在处理无穷过程时表现出紧密的联系，函数图像与解析式之间的关系成为解析几何与微积分内容的连接桥梁。在概念方面，函数可以增进对变量关系的整体理解，在方法方面，函数提供了问题建模与分析的基本手段，通过函数的嵌套、变换以及组合，可以可延伸出多元函数、参数方程等更为复杂的结构，为高阶数学内容的构建提供支持。

（三）函数知识对其他数学模块的知识支撑功能

函数作为高等数学的基础工具以及核心思想，给其他数学模

作者简介：古丽米热·吐尔逊（1976.10—），女，维吾尔族，新疆喀什人，单位：新疆农业职业技术大学，学历：本科，职称：高校讲师，研究方向：数学。

块的学习提供了坚实的认知支撑以及方法支持。在极限理论的学习过程中,函数的连续性与间断性为理解逼近过程给出具体表现,在导数与微分的学习中,函数的增减性和变化率呈现解析思维的推进,在积分学习阶段时,函数的可积性直接联系到面积、体积等物理量的表达方式,为几何直观提供数量方面的支撑。当函数与向量、矩阵等线性代数知识相结合时,又推动了多元函数、多变量模型等复杂结构的理解,成为数学综合能力培养的基础。函数的模型功能还可以拓展至应用数学、工程计算、经济建模等领域,为跨学科知识迁移搭建桥梁,提高学生的整体数学素养以及综合分析能力^[2]。

二、图像在高等数学函数教学中的促进作用

在函数教学中,学生对于抽象概念的理解会由于缺少直观的支撑,出现认知方面的困难,而图像作为一种视觉媒介,它可以有效地把形式结构和实际感知连接起来,最终成为高等数学教学中不可替代的工具。

(一) 图像呈现对抽象函数概念的形象转化

函数作为高等数学重的基本对象,它的定义和性质非常抽象,在学生认知还没有充分建立起来的阶段,图像的加入可以有效辅助抽象概念的构建。当讲解极限的概念时,图像可清晰地呈现函数值朝着某一固定点趋近的过程,对学生理解“无限接近”抽象特征有所帮助,在讲解极限的运算法则以及两个关键极限时,借助图像的对比展示,可以协助学生直观判断极限运算前后函数的行为趋势。对于函数的连续性与间断点,图像可以清楚地体现函数在某点的左极限、右极限以及函数值之间的关系,让学生容易识别间断类型并理解连续性定义。进入导数的概念学习阶段,图像能够动态呈现割线逐渐趋近切线的过程,提高学生对瞬时变化率的感知。凭借上述多个知识模块的图像展示,抽象内容在视觉上被“具象化”,学生对函数概念的认知也逐渐从感性迈向理性。

(二) 图像特征对函数性质理解的直观引导

图像凭借其直接的空间展示形式,让函数的多种性质在二维坐标系中直观呈现出来,减轻学生在逻辑推导以及符号操作过程中的认知负担。当理解函数的单调性与极值时,图像中函数上升或者下降的趋势清晰可见,极大值点与极小值点的位置一眼就能看清,利于学生构建变化趋势与导数符号之间的联系。函数的最大值与最小值借助图像中的高低点直观呈现,而且与闭区间上连续函数的性质相结合,让学生联想到最大值定理的运用。在分析函数图形的凹凸性与拐点时,依据图像中曲线的弯曲方向以及变化情况,能领会二阶导数的意义,曲率的变化在图像中也有较大体现,为复杂概念奠定感性基础。依靠观察函数图像的平滑性、对称性以及周期性,学生还可以精准地把握函数的奇偶性与周期性特征,深化对函数性质的全面认识^[3]。

(三) 图像变换对函数图形理解的动态支撑

函数表达形式发生变化时会使图像特征出现差异,图像的动态变换可以有效地揭示表达式变化和图形变形之间存在的内在联

系,为学生构建函数思维模型提供支持。函数平移、伸缩以及对称操作在图像中的实时表现,让学生识别函数表达式中参数对图形产生的具体影响,在反函数的导数与复合函数的导数学习过程中,借助动态图像能够直观地观察复合结构对图像变形的作用。在讲解中值定理、函数极值、中值定理的应用或者洛必达法则时,通过函数图像在不同点的局部形态变化,有利于学生理解相关结论的适用条件。动态图像在导数在经济分析中的应用方面也具有优势,借助图像演示价格函数、成本函数或者收益函数的变化趋势,使经济变量之间的关系更为明确。在微积分基本定理与定积分应用中,图像对函数面积的累积过程进行动态演绎,让积分概念转变为直观面积增长的过程,提高学生对象运算的感性把握以及实际应用理解。

三、高等数学函数与图像教学一体化的实践策略

在高等数学的教学过程中,函数和图像的紧密结合能够有效地提高学生对于抽象概念的理解以及应用能力,将图像当作辅助工具使用,可以帮助学生把函数的抽象概念变得更加具体形象,提升他们的逻辑思维以及分析能力。

(一) 通过图像演示帮助学生理解函数变化过程

函数在定义域内的变化趋势表现出一定的复杂性,在涉及极限、连续性以及导数等相关内容时,学生极易出现对抽象概念理解困难的情况,将图像演示融入函数教学中,可以有效地减轻学生在理解方面面临的障碍。图像作为一种直观的表达方式,形象地展示出函数在不同区间内的增长、减小、平稳以及跳跃等性质,利用图像,学生容易识别函数在某一点附近的变化行为,加深对函数局部性质的理解,从逻辑角度而言,图像的动态演示还可以提高学生对函数整体趋势的把握。凭借观察函数图像的整体走向,学生可以初步形成对函数极值、单调性、凹凸性等性质的感性认识,图像工具在演示过程中还可以凭借实时调节参数,引导学生建立函数表达式与图像之间的联系,从图像到代数形式再回归图像的学习路径,提升学生的综合思维能力。在实际教学中,比如讲解“极限的概念”时,教师利用图像演示函数在趋近某一点时的变化趋势,在讲解函数 $f(x)=\frac{\sin x}{x}$ 在 $x \rightarrow 0$ 时的极限时,利用图像展示函数在原点附近的逼近过程,可以清晰地看到函数值是如何逐渐趋近于1的。图像的连续变化帮助学生从视觉上理解极限的本质,即使函数在某一点没有定义,只要其在该点附近的函数值趋于某一固定值,函数在该点极限存在。在此教学过程中,学生借助图像准确捕捉极限的逼近过程,将抽象的数学定义与实际图像建立联系,实现从感性理解到理性掌握的转化^[4]。

(二) 在例题讲解中同步引入图像分析

在函数教学过程中,教师在开展例题讲解时,应重点将函数图像和解析步骤相互融合起来,防止学生仅仅停留在公式计算的范畴,忽略了对函数整体特性的理解。将函数图像融入到例题分析中,可以帮助学生从多个角度去把握函数的性质,实现对数学思想以及逻辑推理的全面掌握。从逻辑层面来讲,在讲解的过程中引入图像,有益于揭示函数的结构特点,让学生在面对繁杂的

函数表达式时,迅速构建其图形的对应关系,加深对函数变化规律的认知,图像分析还可以有效地强化例题中涉及的数学概念,比如单调性、极值、间断点等等,使学生在求解的过程中形成“图形—性质—运算”三者协同的思维路径,多维度的认知模式能够提高学生解决问题的效率与准确性。在教学中以“函数的单调性与极值”作为例子,设函数 $f(x)=x^3-3x+1$,学生借助求导得出 $f'(x)=x^2-3$,解出导函数为零的临界点 $x=\pm 1$ 。基于此,借助图像工具绘制函数图像,可直观地观察到函数在 $x=-1$ 附近是先递增然后递减,呈现出极大值的特征,在 $x=1$ 附近是先递减然后递增,呈现出极小值的表现。图像的视觉呈现和解析计算形成互补,帮助学生验证分析结果的正确性,又能拓展学生对于导数符号与函数图像变化之间联系的理解,培育学生将代数计算与几何直观统一起来的思维能力。

(三) 设置函数图像重构类课堂练习

函数图像重构类课堂练习属于一种教学设计,它将理论理解 and 实践应用紧密结合在一起,提高学生的图形识别能力以及函数表达能力。在高等数学教学中,教师可以给出部分函数图像特征,引导学生朝着相反方向思考函数的解析表达式或者局部性质,让学生从图像特征出发,主动寻找导数、极值、间断点、连续性等数学信息,最终还原出符合条件的函数形式。这种训练强化了学生对函数整体性质的掌握,还促使学生运用学过的知识进行多维度分析,比如对函数单调性、对称性、奇偶性、周期性等属性进行判断,在重构过程中,学生要在图像的变化趋势与代数形式之间建立联系,通过综合推理判断函数的可能结构,形成“由图及式”的能力,课堂练习中可以适当控制图像信息的完整程度,比如给出函数在不同区间的图像走向或者部分导数符号,学生要结合导数定义、连续性判别以及极值点判定等手段,逐步推导出函数表达式或者关键性质。以“函数的连续性与间断点”为例,假设图像显示函数在某一处出现跳跃间断,图像左侧趋向于2,右侧趋向于1,并且图像在 $x=0$ 附近连续且单调增加,整体呈现分段变化特征,学生可以据此判断该函数可能是分段函数,其中在 $x<1$ 部分定义为线性函数 $f(x)=2x$,在 $x>1$ 部分定义为另一条函数 $f(x)=x+1$,还可以分析该函数在 $x=1$ 不符合连续性三要素,确

定此点是间断点。借助对图像变化认真观察与推理判断,学生能在练习中提升从图像到函数逻辑建构的能力,加深对函数性质的综合理解^[5]。

(四) 组织基于图像变化的函数探究活动

函数的图像变化不仅可以帮助学生直观地领会数学概念,还可以激发学生的探究兴趣以及自主学习能力。在高等数学教学中,组织基于图像变化的函数探究活动,学生在实践中发现函数的各类性质,并且理解函数图像如何反映代数表达式中的各种变化,此类活动注重学生在图像和代数式之间建立联系的能力,鼓励学生借助观察图像的变化规律,主动推导出函数的性质或者表达式,并且依靠思考图像的特征探讨函数的本质。通过图像变化的探究,学生在对函数进行细致观察与分析的过程中,深刻理解函数的极限、连续性、单调性、极值等特性,同时培养自身的逻辑思维能力与推理能力。在实际教学活动中,可以选择具有明显图像变化特征的例子,组织学生展开探究,以“函数的最大值与最小值”为例,考量函数 $f(x)=x^3-4x+3$ 。依靠观察函数图像,学生可以看到函数图像是一条开口朝上的抛物线,教师引导学生探索函数在不同区间的值域变化,并且结合函数的导数,推导出函数的极值点,依靠计算导数 $f'(x)=2x-4$,学生可以得出临界点 $x=2$,并且依靠二次导数法判断该点为最小值点,结合图像观察,学生可发现函数的最小值为 $f(2)=-1$,这和图像中最低点的位置相吻合。此类活动可以帮助学生借助图像直接感知函数变化的特点,还可以促使学生将代数分析与几何直观结合起来,深化对函数最大值与最小值概念的理解。在探究过程中,学生凭借图像的变化规律与数学推理的结合,掌握数学理论的应用与实践技巧^[6]。

四、结论

高等数学中的函数教学如果可以充分把图像呈现以及分析融入进去,可以提高学生对知识的理解能力与应用能力。函数和图像的一体化教学对构建学生的数学思维体系具有帮助,也能够提升其解决问题的综合能力,通过多样化的教学策略,比如图像演示、图形分析、重构练习以及探究活动,教学过程会变得更生动且高效。

参考文献

- [1] 杨义涛,纪德红.融合思政元素的高等数学教学案例探索[J].中国轻工教育,2023,26(01):15-20.
- [2] 康保凤.高等数学一元函数微积分教学模式探究[J].江西电力职业技术学院学报,2024,37(03):67-69.
- [3] 吴晖琴.高等数学教学中的教学反思研究[J].现代职业教育,2023,(33):149-152.
- [4] 王积建.数学建模竞赛倒逼高等数学教育模式优化的机制设计[J].浙江工贸职业技术学院学报,2021,21(04):75-80.
- [5] 尹红然,徐涛,高俊玉,蒋红芳.高等数学中隐函数求导公式的教学研究[J].科技风,2025,(05):96-98.
- [6] 杨波.虚拟仿真技术背景下高等数学教学模式研究[J].中国教育技术装备,2023,(15):122-124.