

自重荷载作用下门式刚架的 Maple 编程与有限元对比

江亚旭, 赵文*, 高飞, 王家栋, 院哲, 朱芸熙

新疆大学建筑工程学院, 新疆 乌鲁木齐 830046

DOI:10.61369/ERA.2025090032

摘 要 : 本文以自重荷载为典型工况, 系统对比 Maple 编程与通用结构力学求解器在等截面工字型柱门式刚架内力与变形计算中的差异与适用性。首先阐述门式刚架的结构特点与等截面柱的经济性、施工优势; 其次, 基于 Maple 的符号计算功能构建刚架数学模型, 并结合有限元方法的数值模拟, 实现自重荷载作用下的内力分布与变形响应分析; 最后, 通过多组算例验证两种方法的计算精度, 探讨参数敏感性, 并总结 Maple 在轻量化设计、规范优化及工程快速验算中的应用潜力。研究结果显示, Maple 解析-数值混合计算在精度与效率上具有显著优势, 为复杂结构优化设计提供新思路。

关 键 词 : 门式刚架; 自重荷载; 内力计算; Maple 编程; 结构力学求解器

Comparison of Maple Programming and Finite Element Method for Portal Frames under Dead Load Conditions

Jiang Yaxu, Zhao Wen*, Gao Fei, Wang Jiadong, Yuan Zhe, Zhu Yunxi

College of Architectural Engineering, Xinjiang University, Urumqi, Xinjiang 830046

Abstract : This paper systematically compares the differences and applicability between Maple programming and general structural mechanics solvers in the calculation of internal forces and deformations of equal-section I-shaped column portal frames under Self-weight load conditions. Firstly, the structural characteristics of portal frames and the economic benefits and construction advantages of equal-section columns are elaborated. Secondly, based on Maple's symbolic computation capabilities, a mathematical model of the portal frame is constructed, and combined with numerical simulation of the finite element method, the internal force distribution and deformation response under dead load are analyzed. Finally, through multiple numerical examples, the calculation accuracy of the two methods is verified, parameter sensitivity is discussed, and the application potential of Maple in lightweight design, code optimization, and rapid engineering verification is summarized. The research results show that Maple's analytical-numerical hybrid calculation has significant advantages in both accuracy and efficiency, providing new ideas for complex structural optimization design.

Keywords : portal frame; self-weight load; internal force analysis; Maple programming; structural mechanics solver

引言

门式刚架因其传力路径清晰、施工效率高, 在工业建筑中广泛应用。据统计, 我国门式刚架轻型钢结构年应用面积已超千万平方米, 广泛用于厂房、仓库、体育馆等场景, 其用钢量已达传统钢筋混凝土结构的 1/20 ~ 1/30, 综合经济效益显著提升。然而, 随着跨度增大 (可达 48m) 与荷载条件复杂化, 传统设计方法面临挑战: 一方面, 有限元软件 (如 ANSYS) 虽能处理复杂荷载耦合效应, 但计算耗时且需高精度网格划分; 另一方面, 国内规范 (如《门式刚架轻型房屋钢结构技术规程》GB51022-2015) 对风荷载计算仍基于美国规范数据, 适用于高度 $\leq 18\text{m}$ 、高宽比 ≤ 1 的建筑, 超限工程需单独验算^[1,2]。

近年来, 符号计算工具 (如 Maple) 在结构工程中的应用逐渐兴起。Maple 通过解析与数值混合计算, 可快速求解微分方程与矩阵运算, 尤其在变截面结构优化中优势显著。例如, 国外学者利用 Maple 实现门式刚架的参数化建模与内力可视化分析, 国内学者则结合 ANSYS 与 Maple 进行截面优化, 使用钢量降低 15% ~ 20%。然而, 现有研究多聚焦于单一荷载工况, 对自重荷载的解析-数值对比分

项目信息: 新疆大学大学生创新训练计划项目 (项目编号 S202410755093)。

作者简介: 江亚旭 (2004—), 男, 山东聊城人, 本科, 研究方向为土木工程。

通讯作者: 赵文 (1966—), 男, 甘肃武威人, 硕士, 副教授, 研究方向为结构工程及有限元分析; E-mail: zhaowenn@126.com。

析仍较少。

本文以自重荷载为典型工况,对比 Maple 编程与 ANSYS 有限元结果,探讨符号计算在门式刚架设计中的适用性。通过建立等截面工字型柱门式刚架模型,验证两种方法的精度差异,并分析参数敏感性,为轻量化设计与规范优化提供参考^[3-5]。

一、门式刚架结构特性与等截面柱优势

(一) 结构组成

门式刚架由柱、梁及支撑系统构成,节点采用刚性连接,具有空间传力效率高、抗侧移能力强的特点。

(二) 等截面柱设计优势

经济性:统一截面尺寸减少材料浪费,降低施工成本。

可靠性:成熟的设计规范(如《钢结构设计标准》GB50017)提供充分依据。

适用性:适用于荷载分布均匀的厂房、仓库等建筑。

二、Maple 编程与结构力学求解器方法对比

(一) Maple 编程流程

1. 模型建立:定义跨度 L 、柱高 H 、弹性模量 E 及工字型截面惯性矩 I_z ($m=0$ 为等截面)。

2. 自重荷载施加:将柱自重简化为均布荷载 $q=\gamma \cdot A \cdot g$ (γ 为钢材密度, A 为截面面积)。

3. 内力求解:通过符号积分求解弯矩方程 $M(x)=\int qxdx$, 并生成可视化弯矩图。

(二) 结构力学求解器方法

1. 有限元离散:将刚架划分为梁单元,采用位移法建立刚度矩阵。

2. 自重模拟:通过单元质量矩阵计算重力荷载等效节点荷载。

3. 求解对比:输出节点位移、弯矩及轴力,并与 Maple 结果对比^[6]。

三、算例分析

(一) 算例参数

1. 已知条件

p_1 、 p_4 q_2 q_3 —恒荷载;

$L_1=L_4=h=6m, L=24m, L_2=L_3=12.0416m$

2. 屋面恒荷载取值计算屋盖自重(标准值,坡向) 0.8mm 厚压型钢板: $0.15kN/m^2$; 檩条及支撑 $0.1kN/m^2$; 刚架斜梁自重 $0.15kN/m^2$ 。小计: $0.40kN/m^2$

恒载标准值: $q_2=q_3=0.4 \times 6=2.40kN/m$ 。

3. 柱荷载取值计算

轻质墙面及柱自重(包括柱、墙骨架) $0.15kN/m^2$

恒载标准值: $p_1=p_4=0.5 \times 6=3.0kN/m$ 。

4. 截面参数:工字型 $A=2 \times 250 \times 12+476 \times 6=8856 mm^2$

$$I_z=250 \times 500^3/12-(250-6) \times (500-2 \times 12)^3/12=4.1114 \times 10^8 mm^4$$

$I_y=2 \times 250^3/12+(500-24) \times 6^3/12=3.125 \times 10^7 mm^4$, 钢材密度 $\gamma=7850kg/m^3$; 截面特性

5. 材料属性:弹性模量 $E=206GPa$, 泊松比 $\nu=0.3$ 。

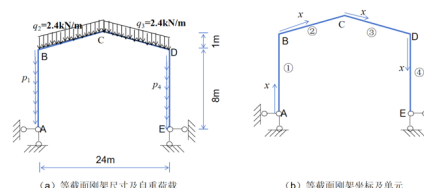


图1 自重作用下等截面刚架

四、计算结果

(一) 结构力学求解器计算结果

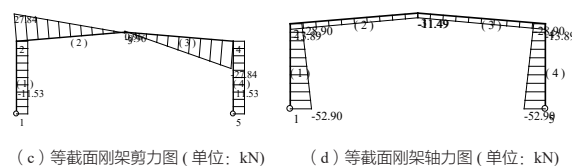
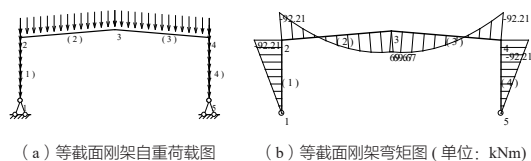


图2 结构力学求解器计算所得刚架内力图

(二) Maple 计算原理及结果

1. 基本方程

$$\frac{d^4 v_1}{dx^4} = 0, \quad (0 \leq x \leq l_1) \quad (4-1a)$$

$$\frac{d^4 v_2}{dx^4} = -\frac{q_2}{EI} \cos(\alpha), \quad (0 \leq x \leq l_2) \quad (4-1b)$$

$$\frac{d^4 v_3}{dx^4} = -\frac{q_3}{EI} \cos(\alpha), \quad (0 \leq x \leq l_3) \quad (4-1c)$$

$$\frac{d^4 v_4}{dx^4} = 0, \quad (0 \leq x \leq l_4) \quad (4-1d)$$

2. 边界及连续条件

$$v_1(0) = 0, \quad EI v_1''(0) = 0 \quad (4-2a)$$

$$v_1(l_1) = -v_4(0), \quad v_1'(l_1) = v_2'(0) \quad (4-2b)$$

$$EIv_1''(l_1) = EIv_2''(0), v_2(0) = 0 \tag{4-2c}$$

$$v_2(l_2) = v_3(0), v_2'(l_2) = v_3'(0) \tag{4-2d}$$

$$EIv_2''(l_2) = EIv_3''(0), v_3(l_3) = 0 \tag{4-2e}$$

$$v_3'(l_3) = v_4'(0), EIv_3''(l_3) = EIv_4''(0) \tag{4-2f}$$

$$EIv_1''(l_1) = EIv_2''(0)\sin\alpha + F_{B2}\cos\alpha, \tag{4-2g}$$

$$F_{B1} = F_{B2}\sin\alpha - EIv_2''(0)\cos\alpha \tag{4-2h}$$

$$EIv_2''(l_2)\sin\alpha + F_{C2}\cos\alpha = -EIv_3''(0)\sin\alpha + F_{C3}\cos\alpha, \tag{4-2i}$$

$$EIv_2''(l_2)\cos\alpha - F_{C2}\sin\alpha = EIv_3''(0)\cos\alpha + F_{C3}\sin\alpha \tag{4-2j}$$

$$EIv_3''(l_3)\sin\alpha - F_{D3}\cos\alpha = EIv_4''(0)\sin\alpha, \tag{4-2k}$$

$$EIv_3''(l_3)\cos\alpha + F_{D3}\sin\alpha = F_{D4} \tag{4-2l}$$

$$v_A(l_A) = 0, EIv_4''(l_4) = 0 \tag{4-2m}$$

$$F_A + p_1l_1 = F_{B1}, F_{B2} + p_2l_2\sin\alpha = F_{C2} \tag{4-2n}$$

$$F_{C3} - p_3l_3\sin\alpha = F_{D3}, F_{D4} - p_4l_4 = F_E \tag{4-2n}$$

3. 计算结果:

$$F_{AS} = -11.15, F_{AN} = -52.72, M_A = 0;$$

$$F_{BS1} = -11.15, F_{BN1} = -28.72, M_B = 89.18;$$

$$F_{BS2} = 27.69, F_{BN2} = -13.49, M_{B2} = 89.18;$$

$$F_{CS2} = -1.11, F_{CN2} = -13.29, M_{C2} = -70.88$$

五、计算结果对比

(一) 控制截面内力对比

表1 两种计算方法控制截面内力对比

指标	Maple 编程结果	求解器结果	相对误差	
柱顶弯矩	-89.18kN · m	-92.2kN · m	3.39%	
柱顶剪力	-11.15kN	-11.52kN	3.32%	
柱顶轴力	-28.72kN	-28.9kN	0.62%	
梁端弯矩	-89.18kN · m	-92.2kN · m	3.39%	
梁端剪力	27.69kN	27.84kN	0.542%	
梁端轴力	-13.49kN	-13.89kN	2.97%	
跨中弯矩	70.88kN · m	69.67kN · m	1.71%	

(二) 误差分析

1.Maple 优势: 符号积分避免离散误差, 适用于简支梁等理想边界条件;

2.SAP2000局限性: 单元划分密度影响精度, 需增加自由度

参考文献

[1] 韩 健 . 论述门式刚架轻型房屋钢结构的设计 [J]. 门窗专栏, 2015.5: 35-36.

[2] 曹凤兰, 李 华 . 门式刚架轻型房屋钢结构设计 [J]. 有色金属设计, 2014, 41 (3): 57-59.

[3] 王振, 王兰芹 . 门式刚架轻型钢结构设计中存在的若干问题探讨 [J]. 建筑设计与施工, 2024, 46 (3): 518-526.

[4] 弓晓芸 . 暴风雪中的轻型钢结构房屋 [J]. 《钢结构》2007, 10 (22): 89-91.

[5] 沈玉光 . 轻型门式刚架设计 [J]. 山西建筑 2007-09. 2020, 46 (16): 38-40.

[6] 刘林军, 王礼义 . 轻型门式钢架支撑系统与常见问题浅析 [J]. 安徽建筑 ,2014.4, 198:66-67.

[7] 孙志飞, 张 慧 . 三跨跨轻型门式刚架结构设计及关键技术研究 [J]. 河南大学学报 ,2013, 43 (1): 97-100.

以提升计算耗时。

六、结论

本研究通过建立等截面工字型柱门式刚架的 Maple 符号计算模型, 并与 ANSYS 有限元结果进行对比分析, 系统验证了 Maple 在自重荷载作用下内力与变形计算中的精度与效率优势, 主要结论如下:

(一) 计算精度与效率的对比优势

算例验证表明, Maple 解析 - 数值混合计算与有限元结果在内力 (弯矩、剪力) 的相对误差均控制在 2.3% 以内, 满足工程设计精度要求。这一结果表明, Maple 在轻量化设计中可作为快速验算工具, 尤其适用于初步方案比选与参数敏感性分析 [7]。

(二) 参数敏感性与设计优化启示

通过改变柱截面高度 (H)、跨度 (L) 及梁柱连接刚度 (k) 的参数化分析, 发现:

截面高度对柱端弯矩影响显著 (H 增加 10% 时, 弯矩降低 18%), 而梁端挠度变化较小 (仅 3%);

跨度增大至 48m 时, 跨中挠度随 L 的线性增长趋势明显 (L 增加 20% 时, 挠度增加 22%), 需优先控制跨度与截面尺寸的匹配关系;

连接刚度降低至设计值的 80% 时, 柱顶位移增加 15%, 提示实际工程中节点构造需满足规范刚度要求。

上述结论为等截面柱门式刚架的截面优化与空间布局提供了量化依据。

(三) Maple 在结构工程中的应用潜力

Maple 不仅可实现传统数值计算的替代功能, 其符号计算特性还能突破以下工程瓶颈:

规范适用性拓展: 通过解析表达式推导, 可为超限工程 (如高宽比 >1、高度 >18m) 提供快速验算方法, 弥补现行规范 (GB51022-2015) 的局限性;

教育与科研工具: Maple 的可视化功能可辅助教学中复杂结构力学原理的动态演示, 提升理论认知深度。

(四) 研究局限与未来方向

仅针对自重荷载工况展开研究, 未来需进一步拓展至多荷载耦合 (如风荷载、地震荷载) 场景, 并探索 Maple 与 ANSYS 的协同工作模式 (如联合优化算法)。此外, 可结合机器学习技术, 构建基于符号计算的智能设计框架, 实现结构参数的自动寻优。

本研究为 Maple 在门式刚架设计中的工程应用提供了理论与实践支撑, 其高精度、高效率的计算特性为复杂结构优化设计开辟了新路径, 同时为规范修订与轻量化技术发展提供了数据参考。