核心素养视角下对2024-2025年数学新高考Ⅰ卷剖析

甘亦心，王祎硕，余波

湖南工业大学 湖南 株洲 412007

DOI: 10.61369/ETR.2025360054

摘　　要： 新高考卷在核心素养的导向下，体现了高考改革的方向，对高中的数学教学具有重要的指导意义．本文主要从2024-2025年数学新高考Ⅰ卷试题入手剖析，从核心素养视角下研究新高考卷的出题目的，探讨教师在教学中需要注重数学抽象、逻辑推理、数学建模、数学运算、直观想象、数据分析素养方面的培养，从而在今后的数学教学中能够促进学生的全面发展，提高教师的教学水平．

关 键 词： 核心素养；数学抽象；逻辑推理；数学建模；数学运算；直观想象；数据分析

Analysis of the 2024-2025 Mathematics New College Entrance Examination Paper I from the Perspective of Core Literacy

Gan Yixin,Wang Yishuo, Yu Bo

Hunan University of Technology, Zhuzhou, Hunan 412007

Abstract： Under the guidance of core literacy, the new college entrance examination paper reflects the direction of college entrance examination reform and has important guiding significance for high school mathematics teaching This article mainly starts with the analysis of the 2024-2025 Mathematics New College Entrance Examination (NCEE) Paper I, and studies the purpose of the new exam paper from the perspective of core literacy. It explores the need for teachers to pay attention to the cultivation of mathematical abstraction, logical reasoning, mathematical modeling, mathematical operations, intuitive imagination, and data analysis literacy in teaching, so as to promote students' comprehensive development and improve teachers' teaching level in future mathematics teaching

Keywords： **core competencies; mathematical abstraction; logical reasoning; mathematical modeling; mathematical operations; intuitive imagination; data analysis**

引言

随着核心素养理念的深入推进，高考命题逐渐从知识导向转向能力导向，注重考查学生的综合素养与问题解决能力．在新高考推进下，教学工作应突破传统应试教育，结合丰富的课堂教学形式，以实现教育改革和现代化人才培养的新发展要求[1]．本文以2024-2025年新高考Ⅰ卷为研究对象，从数学核心素养的六个方面进行了详细剖析。

一、数学抽象

数学抽象是数学学科的核心素养之一，它要求学生能够从具体的数学对象中抽取一般的数学规律和原理，并形成一定答题思想[1]。在不断运用数学抽象解决问题的过程中，学生的抽象思维也能够得到很大的提升，学会从特殊到一般、从具体到抽象的思考方式。在高考题中，学生要能够将题目中复杂的问题转化为简洁的数学模型，从而得出解题的关键要点。

例1（2024数学新高考全国Ⅰ卷第6题）已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2-2ax-a,x<0\\ e^x+\ln(x+1),x\geq 0\end{cases}$，在R上单调递增，则 a 的取值范围是（ ）

A．$(-\infty,0]$　　B．$[-1,0]$　　C．$[-1,1]$　　D．$[0,+\infty)$

分析：本题以抽象函数为背景，本题主要考查函数的单调性。本题解题的关键点能否根据所给函数 $f(x)$ 的单调性画出函数图象，根据函数图象找到临界点临介值划出大小关系得出 a 的取值范围。

解析：因为函数 $f(x)$ 在R上单调递增，且当 $x<0$ 时，$f(x)=-x^2-2ax-a$，所以 $f(x)=-x^2-2ax-a$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递增，所以 $-a\geq 0$，即 $a\leq 0$；当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=e^x+\ln(x+1)$，所以函数 $f(x)=e^x+\ln(x+1)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，若函数在R上单调递增，则 $-a\leq f(0)=1$，即 $a\geq -1$，综上，实数 a 的取值范围是 $[-1,0]$，故选B。

作者简介：
甘亦心（2002.11——），女，汉族，湖北襄阳，硕士，学生。研究方向：数学

二、逻辑推理

逻辑推理是得到数学结论、构建数学体系的重要方式，是数学严谨性的基本保证，是人们在数学活动中进行交流的基本思维品质 [2]。逻辑推理通过题目中的已知条件，通过合理的推理步骤，得出正确的结论，并能够判断结论的合理性 . 在数学等学科学习中，通过逻辑推理能深入理解定理、公式的推导过程，学生能将已学知识的逻辑方法应用到新知识学习中，而在解题过程中，逻辑推理确保每一步推导都有依据、合理且准确，提高解题的正确率和完整性。

例3（2024数学新高考全国I卷第15题）记 $\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $\sin C=\sqrt{2}\cos B$，$\sin C=\sqrt{2}\cos B$，$a^2+b^2-c^2=\sqrt{2}ab$。

求 B；

（2）若 $\triangle ABC$ 的面积为 $3+\sqrt{3}$，求 C。

分析：第一题主要考查余弦定理，解答关键点是发现余弦定理公式与题目中所给式子的联系。这首先需要学生理解余弦定理公式作为解题的基础，其次利用余弦定理公式通过计算求出对应角的角度。第二题主要考察正弦定理，两角和的正弦公式，三角形的面积公式，解答关键点时发现边 b 和边 c 的数量关系以及两角和正弦公式的应用。学生可首先根据题目所给条件三角形 ABC 的面积思考出关于正弦定理三角形的面积公式，再根据正弦定理思考出边 b 和边 c 的数量关系，最后通过计算得出边 c。这需要学生具有一定的逻辑推理素养。

详解：（1）根据余弦定理 $a^2+b^2-c^2=2ab\cos C=\sqrt{2}ab$，那么 $\cos C=\frac{\sqrt{2}}{2}$，又因为 $C\in(0,\pi)$，得到 $C=\frac{\pi}{4}$，此时 $\cos B=\frac{\sin C}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$，得到 $B=\frac{\pi}{3}$。（2）根据正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$ 得到 $b=\frac{c\sin B}{\sin C}=\frac{\sqrt{6}}{2}c$，并且 $\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，那么 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=3+\sqrt{3}$，解得 $c=2\sqrt{2}$。

三、数学建模

数学建模是指学生在问题情境中，发现问题和分析问题，从而建立等量关系式转化为数学问题，通过建立数学模型，对数学问题进行求解从而解决问题 [3]。高中数学建模构建是通过将抽象的数学知识应用到具体的模型构建中，学生能更真切地体会数学知识的实用性和价值，从而增强对数学知识的理解和记忆，不再是孤立地学习知识，而是将其与实际情境紧密相连。

例3（2024数学新高考全国I卷第7题）当 $x\in[0,2\pi]$ 时，曲线 $y=\sin x$ 与 $y=2\sin(3x-\frac{\pi}{6})$ 的交点个数为（ ）

A．3　　B.4　　C.6　　D.8

分析：本题主要考查三角函数图象，本题解题的关键点在于能否画出 $y=2\sin(3x-\frac{\pi}{6})$ 图象，然后根据所画出的函数找到与 $y=\sin x$ 的交点个数。

解析：因为函数 $y=2\sin(3x-\frac{\pi}{6})$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{3}$，所以函数 $y=2\sin(3x-\frac{\pi}{6})$ 在 $[0,2\pi]$ 上的图象恰好是三个周期的图象，所以作出函数 $y=2\sin(3x-\frac{\pi}{6})$ 与 $y=\sin x$ 在 $[0,2\pi]$ 上的图象如图所示，这两个函数图象共有6个交点。

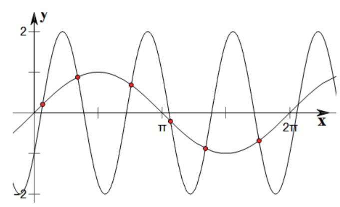

图 1

四、数学运算

数学运算素养是指学生运用掌握的运算方法与技能灵活解决问题的能力 [4]。无论是简单的数学应用，还是复杂的高考难题，数学运算贯穿始终。在学习函数时，通过对函数表达式的运算，如求函数值、定义域、值域，能切实体会函数所描述的变量关系，把抽象的函数概念具象化。学习数列时，对通项公式、求和公式的运算，能让学生理解数列中项与项之间的规律，从具体数字的运算结果中感悟数列的性质。在解析几何中，从设点坐标、列方程，到利用消元法求解，每一步都离不开运算。

例4（2025数学新高考全国I卷第16题）设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$，$\frac{a_{n+1}}{n}=\frac{a_n}{n+1}+\frac{1}{n(n+1)}$。

（1）证明：$\{na_n\}$ 是等差数列；

（2）设 $f(x)=a_1x+a_2x^2+...+a_nx^m$，求 $f'(-2)$。

分析：第一题主要考查 $\frac{a_{n+1}}{n}=\frac{a_n}{n+1}+\frac{1}{n(n+1)}$ 的化简，即可证明结论。第二题主要考查将错位相减与函数结合，学生需要先求出 $\{a_n\}$ 的通项公式，代入函数并求导，函数两边同乘以 x，作差并利用等比数列前 n 项和得出导函数表达式，即可得出结论。而学生在进行这一解题的过程中需要具有一定的数学运算素养。

详解：（1）由题意证明如下，$n\in N^*$，在数列 $\{na_n\}$ 中，$a_1=3$，$\frac{a_{n+1}}{n}=\frac{a_n}{n+1}+\frac{1}{n(n+1)}$，$\therefore(n+1)a_{n+1}=na_n+1$，即 $(n+1)a_{n+1}-na_n=1$，$\therefore\{na_n\}$ 是以 $a_1=3$ 为首项，1为公差的等差数列。

（2）由题意（1）得，$n\in N^*$，在数列 $\{na_n\}$ 中，首项为3，公差为1，$\therefore na_n=3+1\times(n-1)$，即 $a_n=1+\frac{2}{n}$，在 $f(x)=a_1x+a_2x^2+...+a_nx^m$ 中，$f(x)=3x+2x^2+...+(1+\frac{2}{m})x^m$，$f'(x)=3+4x+...+(m+2)x^{m-1}$。

$\therefore \begin{cases} f'(x)=3+4x+...+(m+2)x^{m-1} \\ xf'(x)=3+4x^2+...+(m+2)x^m \end{cases}$

当 $x \neq 1$ 且 $x \neq 0$ 时，

$\therefore (1-x)f'(x)=3+x+x^2+...+x^{m-1}-(m+2)x^m \quad =3+\dfrac{x(1-x^{m-1})}{1-x}$

$-(m+2)\ x^m$ ，$\therefore f'(x)=\dfrac{3}{1-x}+\dfrac{x(1-x^{m-1})}{(1-x)^2}-\dfrac{(m+2)x^m}{1-x}$ ，

$$\therefore f'(-2)=\frac{3}{1-(-2)}+\frac{-2\left[1-(-2)^{m-1}\right]}{\left[1-(-2)\right]^2}-\frac{(m+2)(-2)^m}{1-(-2)}$$

$$=1+\frac{-2\left[1-(-2)^{m-1}\right]}{9}-\frac{(m+2)(-2)^m}{3}$$

$$=1-\frac{2}{9}-\frac{(-2)^m}{9}-\frac{(m+2)(-2)^m}{3}$$

$$=\frac{7}{9}-\frac{(3m+7)(-2)^m}{9}$$ 。

五、直观想象

直观想象是能够丰富学生的思维，使学生在脑海中构建出清晰的数学对象和过程的形象，学生能够将抽象知识转化为具体形象。如在学习函数时，学生可以通过绘制函数图象，能直观看到函数的单调性、奇偶性等性质，更深刻地理解函数概念 . 而对于几何问题，直观想象能够让学生迅速判断图形的关键要素和关系，高中立体几何作为直观想象素养培养的重要载体，为深入探究直观想象素养的培养路径提供了丰富的素材与广阔的空间 [5]。

例5（2024数学新高考全国 I 卷第17题）如图2，四棱锥 $P-ABCD$ 中，PA ⊥ 底面 ABCD，PA=AC=2，BC=1，AB= $\sqrt{3}$ 。

（1）若 AD ⊥ PB，证明 AD ∥ 平面 PBC；

（2）若 AD ⊥ DC，且二面角 $A-CP-D$ 的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{42}}{7}$，求 AD。

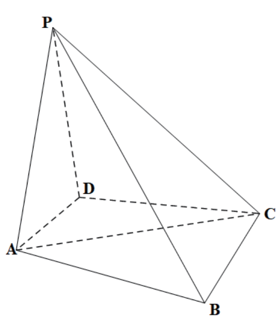

图 2

分析：第一题主要考查线面平行的证明以及线面平行、线线平行之间的关系和转化，涉及线面垂直的判定和性质、线面平行的转化，学生能够根据已知条件，从图中找到突破点，找到线面平行的条件，最后得出论证。这需要解题者有一定的几何直观和空间想象力，能够借助空间形式认识事物的位置关系，利用图形描述、分析数学问题。第二题主要考察二面角的定义以及二面角正弦值的求法，需要解题者有一定的几何直观。解题者需要能够根据题目，作出空间直角坐标系，能够写出各个点的平面坐标，再根据点的坐标得出题中两个平面的法向量，最后求得 AD。

解析：（1）由 PA ⊥平面 ABCD，AD ⊂ 平面 ABCD，可以得到 PA ⊥ AD，又因为 AD ⊥ PB，PB ⊂ 平面 PBA，PA ⊂ 平面 PBA，PA ∩ PB = P，所以 AD ⊥平面 PAB，又因为 AB ⊂ 平面 PBA，所以 AD ⊥ AB。在 △ ABC 中， $AB^2+BC^2=AC^2$ ，因此 AB ⊥ BC，因为 A，B，C，D 四点共面，所以 AD ∥ BC。又因为 BC ⊂ 平面 PBC，AD ⊄ 平面 PBC，故 AD ∥ 平面 PBC。（2）以 DA，DC 为 x ， y 轴，过点 D 作与平面 ABCD 垂直的线为 z 轴建立如图3所示的空间直角坐标系 $D-xyz$ 。

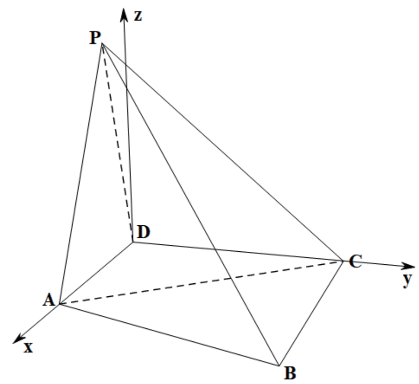

图 3

令 AD = t， 则 $A(t,0,0)$ ， $P(t,0,2)$ ， $D(0,0,0)$ ，$DC=\sqrt{4-t^2}$ ， $C(0,\sqrt{4-t^2},0)$ ， 设 平 面 ACP 的 法 向 量 $\overrightarrow{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$ ，那么

$\begin{cases} \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{AC}=0 \\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{AP}=0 \end{cases}$ ，所以 $\begin{cases} -tx_1+\sqrt{4-t^2}y_1=0 \\ 2z_1=0 \end{cases}$ ，不妨设 $x_1=\sqrt{4-t^2}$ ， $y_1=t$ ，那么 $\overrightarrow{n_1}=(\sqrt{4-t^2},t,0)$ ，设平面 CPD 的法向量为 $\overrightarrow{n_2}=(x_2,y_2,z_2)$

$\begin{cases} \overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{DP}=0 \\ \overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{DC}=0 \end{cases}$ ，所以 $\begin{cases} tx_2+2z_2=0 \\ \sqrt{4-t^2}y_2=0 \end{cases}$ ，不妨设 $z_2=t$ ， $x_2=-2$ ， $y_2=0$ ，那么 $\overrightarrow{n_2}=(-2,0,t)$ ；又因为二面角 $A-CP-D$ 的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{42}}{7}$ ，则余弦值为 $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$ ，所以 $\dfrac{\sqrt{7}}{7}=\left|\cos\left\langle\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right\rangle\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\dfrac{2\sqrt{4-t^2}}{2\sqrt{t^2+4}}$ ，所以 $t=\sqrt{3}$ ，因此 $AD=\sqrt{3}$ 。

六、数据分析

数据分析是研究随机现象的重要数学方法，是学生能针对研究数据，利用统计方法对数据进行整理、分析和推断，形成知识，并对现象发展趋势判断和解释过程。学生可以将实际问题中的各种因素和关系用数学语言和符号进行量化描述，建立合适的数学模型，来解决生活中的实际问题。而今年的高考题同样从生活中的实际问题出发，使得考生关注社会的民生问题，培养考生的数据分析素养。

例6（2025数学新高考全国 I 卷第15题）为研究某疾病与超声波检查结果的关系，从做过超声波检查的人群中随机调查了

 |

1000人，得到如下列联表：

表1

超声波检查结果组别	正常	不正常	合计
患该疾病	20	180	200
未患该疾病	780	20	800
合计	800	200	1000

(1) 记超声波检查结果不正常者患该疾病的概率为 P ，求 P 估计值；

(2) 根据小概率值 $\alpha = 0.001$ 的独立性检验，分析超声波检查结果是否与患该疾病有关 . 附 $\chi^2 = \dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ 。

表2

$P(\chi^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

分析：本题以超声波检查结果是否与患该疾病有关为背景，主要考查学生对古典概型知识点的理解，考查考生对概率统计基本知识的理解与应用，从生活中的实际问题出发，使得考生关注社会的民生问题，培养考生的数据分析素养。

解析：（1）根据表格可知，检查结果不正常的200人中有180人患病，所以 P 的估计值为 $\dfrac{180}{200} = \dfrac{9}{10}$ ；

（2）零假设为 H_0 ：超声波检查结果与患病无关，

根据表中数据可得，

$$\chi^2 = \frac{1000 \times (20 \times 20 - 780 \times 180)^2}{800 \times 200 \times 800 \times 200} = 765.625 > 10.828 = x_{0.001}$$

根据小概率值 $\alpha = 0.001$ 的 χ^2 独立性检验，我们推断 H_0 不成立，即认为超声波检查结果与患该病有关，该推断犯错误的概率不超过0.001。

七、结论

高中数学六大核心素养是新高考数学命题的灵魂主线和隐形评分标准，直接决定新高考数学试卷的考查方向，是学生从“会做题”到“得高分”的关键桥梁。同时，教师也能根据六大核心素养调整数学课堂，引领学生实现从“死记硬算”到“能力素养”的转变，既是应对高考的实用工具，更是支撑长期学习与生活的底层能力。

参考文献

[1] 史百俊 . 新高考导向下高中数学核心素养培养研究 [J]. 数学学习与研究 ,2023,(02):86-88.

[2] 蔡旭林 . 数学抽象核心素养的落实与评价探究——以 " 三角函数与三角恒等变换 " 为例 [J]. 数理天地 (高中版),2025,(17):135-136.

[3] 教育部 . 普通高中数学课程标准（2017年版2020年修订）[S]. 北京：人民教育出版社，2020：5.

[4] 覃丽娟 . 数学核心素养视角下高考数学试题的分析研究 [D]. 广州 : 广州大学，2022：32.

[5] 隋绍斌 . 数学运算素养视角下的高中数学教学实践 [J]. 中学课程辅导 ,2025,(24):33-35.

[6] 曹素玲 . 高中立体几何教学中直观想象素养培养的路径与实践 [J]. 数学通报 ,2025,64(07):18-21+42.

