浅析新高考2024年数学全国Ⅱ卷第8题及相关备考策略

肖鹏颖
庄河市第五高级中学，辽宁 庄河 116400
DOI: 10.61369/ETR.2025420020

摘　　要： 《中国高考评价体系》围绕高考的核心功能、考查内容与考查要求，系统回应了“为什么考、考什么、怎么考”的考试本质问题，并在高考领域给出了“培养什么人、怎样培养人、为谁培养人”的答案。2024年全国Ⅱ卷第8题与“一核四层四翼”评价模型高度契合，强调运用数学知识、能力与思想方法来理解、分析并解决问题，有效检测了学生的数学核心素养。近年来，新高考改革不断深化，高考数学试题的命题理念、考查方式与评价体系均发生了显著变化。以《中国高考评价体系》为指导，试题更加注重对学生核心素养的考查，强调思维能力、创新意识与问题解决能力的综合运用。这一转变不仅对高中数学教学提出了更高要求，也对教师的备考策略与课堂设计产生了深远影响。在这样的背景下，深入研究高考真题，尤其是具有代表性的创新题型，不仅有助于把握命题规律，更能为课堂教学提供有针对性的指导。本文以2024年全国Ⅱ卷第8题为例，从多维度进行解析，并结合教材、课标与评价体系，探讨其背后的数学思想与解题方法，以期为一线教师提供可借鉴的教学与备考思路。

关 键 词： 高中数学；核心素养；课堂教学；实践研究

A Brief Analysis of Question 8 in the 2024 National College Entrance Examination Mathematics Volume under the New College Entrance Examination and Related Preparation Strategies

Xiao Pengying
Zhuanghe No.5 Senior High School, Zhuanghe, Liaoning 116400

Abstract: The China College Entrance Examination Evaluation System systematically responds to the essential questions of the college entrance examination—"why to test, what to test, and how to test"—centering on the core functions, examination content and requirements of the college entrance examination. It also provides answers to "what kind of people to cultivate, how to cultivate them, and for whom to cultivate them" in the field of college entrance examination. Question 8 in the 2024 National Volume Ⅱ is highly consistent with the "One Core, Four Layers and Four Wings" evaluation model. It emphasizes the use of mathematical knowledge, abilities and ideological methods to understand, analyze and solve problems, effectively assessing students' core mathematical literacy. In recent years, with the deepening of the new college entrance examination reform, significant changes have taken place in the proposition concept, examination methods and evaluation system of college entrance examination mathematics questions. Guided by the China College Entrance Examination Evaluation System, the questions pay more attention to assessing students' core literacy, emphasizing the comprehensive application of thinking ability, innovative awareness and problem-solving ability. This transformation not only puts forward higher requirements for high school mathematics teaching, but also exerts a profound impact on teachers' preparation strategies and classroom design. In this context, in-depth study of real college entrance examination questions, especially representative innovative questions, is not only helpful to grasp the proposition rules, but also can provide targeted guidance for classroom teaching. Taking Question 8 in the 2024 National Volume Ⅱ as an example, this paper analyzes it from multiple dimensions, and discusses the mathematical ideas and problem-solving methods behind it in combination with textbooks, curriculum standards and evaluation systems, aiming to provide referenceable teaching and preparation ideas for front-line teachers.

Keywords: high school mathematics; core literacy; classroom teaching; practical research

一、为什么要研究高考真题?

尽管高考真题不会在考试中再次出现，但许多经典真题蕴含着“解题的底层逻辑”——即数学不变性，包括数学概念、原理、问题解决思路与思维方法。我们不能仅仅局限于近三年的高考题，要放眼更远，比如近8年、近10年等；也要放眼全国各地的高考题！

谁还记得毕达哥拉斯时代的国王、皇后、财主、律师、医生，他们早已灰飞烟灭，但毕达哥拉斯定理(勾股定理)依然光芒万丈！

二、试题的分析框架

（一）教材溯源

近年来，新高考在“引导教学”方面作用明显，命题往往以教材知识为出发点进行拓展与深化，许多试题都能在教材中找到原型。因此，科学备考必须重视课程标准，回归教材本身。课程标准是教材编写、课堂教学、学业评价和高考命题的依据，教材是教学的核心资源，课堂教学应以课程标准为遵循，根据学情、利用教材进行创新设计与实施。我们应追求的是：通过教学，使学生在面对新颖情境、陌生问题时能独立找到解决方法。

具体地，一是吃透教材上的典型例题与练习题，此为高考和教材的直接联系；二是充分利用章末的“知识结构、课题作业”部分，整合主干知识，完善专题体系，形成学科思想；三是挖掘教材中的“拓展阅读”部分，这将是新定义题目命题的重要发源地。本题参考人教人教A版选必二教材第89页例4，人教B版必修一教材第126页习题3-2B第3题。

（二）真题溯源

导数与函数是高考的高频考点，题型涉及选择、填空与解答题。尽管真题不会重复出现，但其中蕴含的解题规律——即数学不变性，包括概念、原理与思维方法——对备考仍有重要参考价值。具体参考2023年全国甲卷（理）第14题、（文）第15题，2022新高考Ⅰ卷第7题，2022新高考Ⅱ卷第12题，2020新高考Ⅰ卷第8题，2017课标Ⅰ卷（文）第9题。

从近十年全国及各省市高考试题来看，导数与函数综合题的考查方式呈现出由单一知识点向跨模块融合的趋势。例如，2019年浙江卷第22题将函数单调性与不等式证明相结合，2021年北京卷第19题则在函数零点问题中融入参数讨论与图像分析。这些题目虽然背景各异，但都强调对数学本质的理解和方法的灵活运用。通过横向对比不同试卷的命题特点，教师可以帮助学生构建更系统的知识网络，增强解题的迁移能力。

（三）《数学课程标准》溯源

在课程标准中内容要求是“能用代数运算和函数图象揭示函数的主要性质；在现实问题中，能利用函数构建模型，解决问题。”

学业要求是“能够理解函数的单调性、最大（小）值，了解函数的奇偶性、周期性；掌握一些基本函数类（一元一次函数、反比例函数、一元二次函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数等）的背景概念和性质。”

（四）《中国高考评价体系》溯源

1. 试题设计面向全体考生，突出对考生综合、灵活运用知识来解决问题能力的考查，具有较好的选拔功能，实现了“服务选才、引导教学”这一高考核心功能。

2. 试题考查不等关系与不等式、函数的零点等基础知识，考查考生的逻辑推理、运算求解等关键能力，考查考生逻辑推理、数学建模、数学运算等数学学科素养。

3. 体现课程学习情境，符合基础性、综合性的考查要求。

（五）题目评析

1. 考查目标

试题以一次函数与对数函数为载体，以函数的最值和对数函数的单调性等基础知识为主要考查内容，考查化归与转化思想，考查学生的逻辑推理能力和综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力。

2. 命题分析

本题以函数为载体，考查不等式与不等关系，属于探索创新情境。此题属于SOLO分类结构模型中的关联结构。

3. 试题分析

2024年全国Ⅱ卷第8题：设函数 f(x)=(x+a)ln(x+b) 若 f(x) ⩾ 0，则 a^2+b^2 的最小值为（ ）

A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D.1

本题的突破口在于找出参数a与b之间的关系。思路一：利用对数函数 y=lnx 的单调性进行分析。

思路一：利用对数函数 y=lnx 的单调性进行分析。

函数 f(x)=(x+a)ln(x+b) 的定义域为（−b,+∞）。因为当 x∈(−b,1−b) 时，ln(x+b)<0；当 x(1−b,+∞) 时，ln(x+b)>0。由题意知，当 x(−b,1−b) 时，x+a<0；当 x∈(1−b,+∞) 时，x+a>0，因此1−b+a=0。

思路二：利用函数 y=x+a 的单调性。

函数 f(x)=(x+a)ln(x+b) 的定义域为（−b,+∞）。当 a ⩾ b，即 −a ⩽ −b，则当 x∈(−b,1−b) 时，x+a>0，ln(x+b)<0，故 f(x)<0，不符合题意。若 a<b，即 −a>−b，x+a<0则当 x∈(−b,−a) 时，x+a<0；当 x(−a,+) 时，x+a>0。由题意知，当 x(−b,−a) 时，ln(x+b)<0；当 x∈(−a,+∞) 时，ln(x+b)>0，因此1−b=−a，即1−b+a=0。

思路三：利用导数。

因为 f(1−b)=0，由题意知 f^1(1−b)=0。由 f^1(x)=ln(x+b)+ $\frac{x+a}{x+b}$，即得1−b+a=0。

方法一：将问题转化为求直线 a−b+1=0 上的点到坐标原点的距离的最小值。由点到直线的距离公式可得 d= $\frac{1}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 a^2+b^2 的最小值为 $\frac{1}{2}$。

方法二：将问题转化为当 a,b 满足 a−b+1=0 时，求 a^2+b^2 的最小值。由 a−b+1=0 得 b=a+1，于是 $a^2+b^2=a^2+(a+1)^2=2[a+\frac{1}{2})^2]+\frac{1}{2}$ $\geqslant\frac{1}{2}$，当且仅当 a=− $\frac{1}{2}$ 时等号成立。所以 a^2+b^2 的最小值为 $\frac{1}{2}$。

 |

4. 试题亮点

试题题干由含有两个参数的函数解析式给出，设问为求两个参数的平方和的最小值，设计简洁，设问明确。(1) 突出“多想少算”的基本考查原则。本题的关键是发现隐含于基本题设中的两个参数之间的关系，不需要通过求导讨论函数的单调性，学生只要能想到 (x+a)In(x+b) ⩾ 0等价于 x+a 和 In(x+b) 同号，结合函数的单调性就能得到 a 和 b 之间的关系，进而将问题转化为求坐标原点到直线的距离或求二次函数的最小值，只需要少量的计算即可得出正确答案。试题重思维，轻计算，考查的是学生真实的数学能力，对推动“双减”政策有非常好的引领作用。

(2) 强化对基础知识和关键能力的考查。本题基于中学数学中的基础知识，全面考查学生的逻辑思维能力以及探究、分析和解决问题的能力，深刻体现高考“四翼”中对深刻理解基础知识、掌握基本技能、学会实际应用等的考查要求，助力选拔创新人才。

(3) 解题思路灵活，解题方法多样。本题突出数学本质，注重通性通法，为学生提供展现完整思维过程的平台。

该试题的创新性不仅体现在考查方式上，更反映在其对课堂教学的引导作用。通过分析题目，教师可以发现，高考正逐渐减少对机械记忆和固定套路的依赖，转而强调对问题本质的探究和数学思维的灵活运用。这要求教师在日常教学中，应多设计开放性、探究性的问题，引导学生从多角度思考，培养其逻辑推理和创新思维能力。同时，试题的简洁设计也提醒我们，在备考过程中，不应盲目追求难题、偏题，而应重视基础题型的变式训练，让学生在熟悉的知识中发现新的解题思路。

5. 回顾反思

本题在解决过程中调用不等关系与不等式、函数的零点等知识，通过对函数零点 -a、1-b 与 -6的大小关系进行分类讨论，从而探究出一次函数与对数型函数的符号，从而得到 a，b 的等量关系，，再通过换元将二元函数的最值问题转化为一元函数最值问题，要求学生会对问题或资料进行观察、比较、分析、综合、抽象与概括；会用演绎、归纳和类比进行推理. 分类讨论需要做到不重不漏，这是本题失分所在。

三、备考策略

不等式性质与基本不等式多以选择或填空题出现，重点考察学生的逻辑推理与运算能力。题目难度较大，在备考中以中等及偏上难度题型为主，训练思维的灵活性。

在实际教学中，教师可以通过以下策略提升学生的解题能力：

1. 情境化教学：将抽象的数学概念与生活实际相结合，例如用股票价格变化解释函数单调性，用人口增长模型引入指数函数，增强学生的学习兴趣和应用意识。

2. 变式训练：对教材例题和高考真题进行多角度改编，如改变参数范围、转换问题情境、调整设问方式等，让学生在不同情境中运用同一方法解决问题，提升思维灵活性。

3. 思维导图构建：引导学生在复习时绘制知识结构图，将函数、导数、不等式等知识点有机整合，形成系统化的知识体系，便于快速提取和应用。

四、教学启示

未来教学中，我将坚持以能力培养为核心，通过创新教学方式与方法，打破机械刷题和固定套路，提升学生的核心素养。引导学生不仅要知其然，更要知其所以然，要学有所思、思有所疑、疑有所问、问有所悟，不断探究数学问题的本质。我会依托教材进行拓展延伸，引导学生开展创造性学习，在深人理解知识本质的过程中建构知识，感悟数学的思维方式，培养从容应对高考创新性试题的能力，探寻应对“回归育人、回归课标、回归教材、回归基础”的高效备考策略。

参考文献

[1] 中国高考评价体系说明 . 教育部考试中心 [M]. 北京：人民教育出版社，2019.
[2] 中华人民共和国教育部 . 普通高中数学课程标准 (2017 年版 2020 年修订)[M]. 北京：人民教育出版社，2020.
[3] 张华 . 论核心素养的内涵 [J]. 全球教育展望，2016.
[4] 任子朝，赵轩，郭学恒 . 基于高考评价体系的关键能力考查 [J]. 数学通报，2020(8)：15-20.
[5] 喻平 . 数学关键能力测验试题编制：理论与方法 [J]. 数学通报，2019(12)：1-7.
[6] 任子朝，陈昂，赵轩 . 加强数学阅读能力考查，展现逻辑思维功底 [J]. 数学通报，2018(6)：8-13.
[7] 任子朝，赵轩 . 高考数学逻辑思维能力测评研究 [J]. 中国考试，2019(8)：32-36.

