

非共度势对长程模型量子输运的影响

陈浩灿, 余杰*

广东白云学院 电气与信息工程学院, 广东 广州 510450

DOI:10.61369/ME.2025100027

摘要： 非共度势（Incommensurate Potential）作为一种特殊的无序势能，因其准周期性特征在低维量子系统中诱导出丰富的物理现象。本文中通过在一维非对称能带的长程耦合模型下，加入了非共度势能的影响，探究了二者在有温耗散、非共度势能加剧，调控频率改变三个因素下的竞争协同效应。并发现了二者在有温耗散下，反向输运显著增强对于温度耗散的鲁棒性，这体现它们的合作性。而在增强非共度势能后则出现了迁移率边、迁移率带等现象，最后还探究了调控频率对于量子干涉现象的影响。

关键词： 非共度势能；长程模型；量子输运

The Influence of Incommensurate Potential on Quantum Transport in Long Range Models

Chen Haocan, Yu Jie*

College of Electrical and Information Engineering, Guangdong Baiyun University, Guangzhou, Guangdong 510450

Abstract： Incommensurate Potential, as a special kind of disordered potential energy, induces disorder physical phenomena in low-dimensional quantum systems due to its quasi-periodic characteristics. In this paper, by incorporating the influence of Incommensurate Potential under the long range coupling model of one-dimensional asymmetric energy bands, the competitive synergy effect of the two under three factors: temperature dissipation, intensification of Incommensurate Potential energy, and change in regulatory frequency is explored. It was also found that under the condition of temperature dissipation, the reverse transport of the two significantly enhanced the robustness against temperature dissipation, which demonstrated their cooperative nature. After enhancing the Incommensurate Potential energy, phenomena such as mobility edges and mobility bands emerged. Finally, the influence of regulating the frequency on the quantum interference phenomenon was also explored.

Keywords： Incommensurate potential; long range model; quantum transport

引言

量子输运对于相干性的调控一直是凝聚态物理的核心议题。理想系统下，根据 Landauer-Büttiker 公式，会呈现出弹道输运，即电导值只能为整数。然而，实际材料中势能的引入（晶格缺陷、杂质等影响），必然会破坏能带的周期性，这就导致输运从扩展态变为局域态，即安德森局域化（Anderson Localization）。

近年来，非共度势（Incommensurate Potential）作为一种特殊类型的无序势，它并不是传统的无序势，它的周期和晶格的晶格不会重合（如 $\lambda_i = \lambda \cos(2\pi(\omega i + \theta))$ ，其中 ω 为无理数），所以出现了很多有趣的现象如量子相变、迁移率边（Mobility Edge）以及多分形能谱等，受到广泛关注。此前我们对于量子输运的研究集中在最近邻、次近邻跃迁中，由于跃迁衰减我们很少考虑别的情况了。然而随着里德伯原子等研究，长程耦合系统逐渐进入人们的视野，并出现了短程耦合系统所无法出现的特点。本文中在一个设计的能带模型上，通过长程模型实现其能带，并通过引入非共度势能的影响，来探究非共度势能对于该模型的影响。

作者简介：陈浩灿（1998.05—），男，广东佛山人，硕士研究生，助教，研究方向：量子输运；

通讯作者：余杰（1996.10—），男，广东广州人，硕士研究生，助教，研究方向：生物大分子动力学模拟。

一、研究模型

(一) 哈密顿量

我们的紧束缚模型建立在一维无自旋晶格上

$$H = \sum_j \frac{a_0}{2} c_j^\dagger c_j + \sum_j \sum_{n=1}^r \left(\frac{a_n}{2} + i \frac{b_n}{2} \right) c_j^\dagger c_{j+n} + \sum_i \lambda_i c_i^\dagger c_i + H.c$$

当 $i = mk$ 时 $\lambda_i = \lambda \cos(2\pi(\omega i + \theta))$ ，否则 $\lambda_i = 0$

公式中 $c_j^\dagger (c_j)$ 是实空间第 j 个格点上的产生（消灭）算符， $c_k^\dagger (c_k)$ 则是动量空间中的产生（消灭）算符。通过对 $E(k)$ 进行傅里叶变换，就能得到实空间哈密顿量表达式中的跳迁系数 $\{a_n, b_n\}$ 。 $\frac{a_0}{2}$ 是原胞的在位能， $\frac{a_n}{2} + i \frac{b_n}{2}$ 则代表第 n 级近邻的跳迁。 r 代表跳迁范围，同时也是傅里叶展开的级数。通过增大 r ，我们可以逼近原函数，这是长程模型的一大优点。此外，由于目标函数是奇函数，因此在本文中只存在 b_n 。同时我们还引入了非共度势 λ_i ，其由 $\lambda, \omega, \theta, k$ 所决定。本文中如无特殊说明 $\omega = \frac{\sqrt{3}-1}{2}, \theta = 0$ 。^[1]

二、研究过程

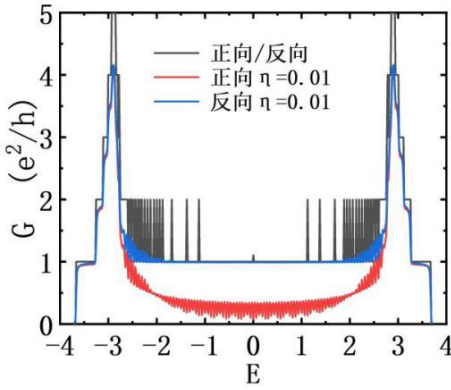


图1 $N=100, r=100, \eta$ 分别等于 0, 0.01 时正向、反向运输时的表现

图1，我们先展示在无共度势下，正向运输和反向运输的表现，在无耗散（即绝对零度下）二者表现一致，表现为完美的运输，即只能取整数值的电导值。在引入温度耗散后二者开始出现差异，这体现了二级运输的特点。由于格尔斯震荡的存在，即便在一维运输的情况下也出现了多通道运输的特点。这是短程模型所无法实现的。而接下来我们将引入非共度势，来探究二者之间的竞争关系。^[2]

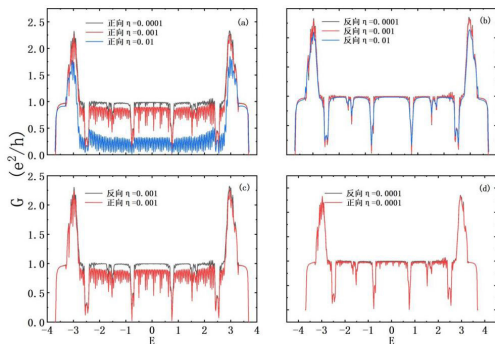


图2 $N=100, r=100, \lambda=1, k=2, \eta$ 分别取 0.0001, 0.001, 0.01 时正向、反向运输时的表现

而引入非共度势后，该现象就开始变得有趣了。我们首先控制 $\lambda=1$ ，即弱非共度势下对于运输的影响。很显然，此时无论正向运输还是反向运输，电导都显著的下降，这是因为非共度势能的引入破坏了晶格的周期性，导致了波函数的局域化。但是非常有趣的是图中在能量 $E \in (-2.5, 2.5)$ 都出现出来了稳定的平台，这表明了长程系统中的多通道运输机制在起效，它抵抗了非共度势对于运输的破坏，体现了鲁棒性。同时，图（b）中反向运输对于有温耗散的抵抗能力显著增强。^[3]而图（a）中正向运输，则显著受到有温耗散的影响，这是二级运输、非共度势能、有温耗散多个作用下的综合影响，它放大了二者的非互易性。这一特性为我们设计新的量子器件提供了新思路，即利用它们对于势能、温度、方向等方面的差异，设计出来单向导通的器件。

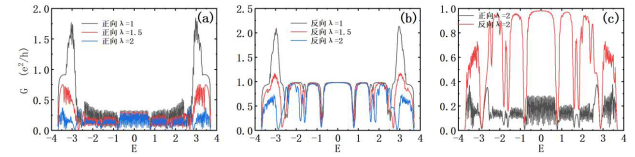


图3 $N=100, r=100, \eta=0.01, k=2, \lambda$ 分别取 1, 1.5, 2 时正向、反向运输时的表现

图3，通过增大非共度势 λ 的大小，我们发现了更有趣的现象。正向运输下，运输变得涨落明显，而反向运输时则出现更多的平台，出现了迁移率边、迁移率带的现象，此时非共度势的影响显著增强。^[4]

正向运输：对比图（a）和图（b）除了能量边缘区域图像相似意外，中间部分出现了显著的差异。电导的波动极为明显，涨落非常频繁，这是由于安德森局域化现象的加剧。^[5]随着

随着 λ 增大，由于非共度势的非周期性，它使得波函数在空间中分布不均，导致运输能力出现明显差异。而长程耦合和非共度势能的竞争作用下，出现了不完整的平台，导致了迁移率边的不完全体现。

反向运输：多通道的协同作用更为明显，导致迁移率带平台形成。图（c）中，通过对比两者运输的表现，反向运输明显更加稳定，对于 λ 的变化不敏感。这是反向运输鲁棒性的又一体现。

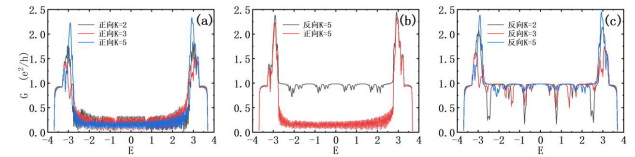


图4 $N=100, r=100, \eta=0.01, \lambda=1, k$ 分别取 2, 3, 5 时正向、反向运输时的表现

参数意义： k 是决定非共度势能的调制频率。增大 k 意味势能分布更加稀疏，这导致了电子运输过程中相干性的进一步破坏，加剧了量子干涉效应。

在正向运输的抑制与局域化效应方面，中间能量区电导会被抑制。而对于反向运输来说尚且能维持一个不稳定的平台，这说明二级运输仍让存在，但是随着 k 增大，它和电子的波长接近，会显著影响运输。

涨落的物理意义：电导的涨落是由于共振隧穿所导致的。由于非共度势对于运输的破坏，导致电子从电极到中心区过程中，只有和特征值接近部分才有高概率穿过，体现在图中就是电

导值高的位置。在长程耦合和非共度势能的综合作用下，反向输运在 k 较小尚能维持良好的输运。不过在图 (c) 中，随着 k 增大到 5 时，电导也出现了接近 0 的位置，这说明非共度势能对于周期性破坏在加剧。^[6]

三、结论

非共度势通过破坏空间周期性，在输运中会出现迁移率边迁移率带等现象。通过控制有温耗散，非共度势和长程耦合的竞争

协同效应显著加剧了二极输运的特点。增大非共度势能强度，我们则逐步发现了迁移率边和迁移率带。最后通过调节非共度势能的调制周期，我们研究了它对于周期性破坏和量子干涉效应加强的关系，这说明输运中多通道效应仍然是个多方综合下的因素。

参考文献

[1] Anderson P W. Absence of diffusion in certain random lattices[J]. Physical Review, 1958, 109(5): 1492.

[2] Imry Y, Landauer R. Conductance viewed as transmission[J]. Reviews of Modern Physics, 1999, 71(2): S306.

[3] Wang Y C, Xia X, Zhang L, et al. One dimensional quasiperiodic mosaic lattice with exact mobility edges[J]. arXiv preprint arXiv:2004.11155, 2020.

[4] Sachdev S. Quantum Phase Transitions[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2011.

[5] Mott N F. Metal-Insulator Transitions[M]. London: Taylor & Francis, 1990.

[6] Halsey, T. C., Jensen, M. H., Kadanoff, L. P., et al. Fractal measures and their singularities: The characterization of strange sets [J]. Physical Review A, 1986, 33(2): 1141-1151.