

“图形特征”法快速绘制静定梁内力图教学研究

赵永胜

淮北职业技术学院 建筑工程系, 安徽 淮北 235000

DOI:10.61369/ERA.2026010004

摘要：梁内力图的绘制作为梁强度和刚度计算的前提，也是高职院校《建筑力学》课程教学的重点和难点。文章结合多年教学实践，提出绘制梁内力图的方法——“图形特征”法，其原理是基于荷载与内力微分关系及其对内力图的影响规律，根据不同荷载作用下梁段上剪力图和弯矩图的曲线特征，先绘出剪力图，然后再根据剪力图面积求特征点弯矩，从而绘出弯矩图。本方法适用于梁在常见荷载作用下的剪力图和弯矩图绘制，原理清晰，简便快捷。

关键词：静定梁；剪力图；弯矩图

Teaching Research on Rapid Drawing of Internal Force Diagrams for Statically Determinate Beams Using the "Graphic Characteristics" Method

Zhao Yongsheng

Department of Architectural Engineering, Huaibei Vocational and Technical College, Huaibei, Anhui 235000

Abstract：The drawing of internal force diagrams for beams, as a prerequisite for calculating the strength and stiffness of beams, is also a key and challenging point in the teaching of the "Architectural Mechanics" course in higher vocational colleges. Based on years of teaching practice, this paper proposes a method for drawing internal force diagrams for beams—the "Graphic Characteristics" method. Its principle is based on the differential relationship between loads and internal forces and their impact on internal force diagrams. According to the curve characteristics of shear force diagrams and bending moment diagrams on beam segments under different loads, the shear force diagram is first drawn, and then the bending moments at characteristic points are calculated based on the area under the shear force diagram, thereby drawing the bending moment diagram. This method is applicable to drawing shear force diagrams and bending moment diagrams for beams under common loads, with clear principles and being simple and efficient.

Keywords：statically determinate beam; shear force diagram; bending moment diagram

前言

梁作为建筑结构的重要构件，竖向荷载作用下主要承受弯矩和剪力，根据内力图确定梁的最不利截面是强度分析最有效的方法。然而，高职院校开设的力学课程中关于梁内力图的绘制一直是教学的重难点，各类教材对此主要提供了“截面法”“方程法”“叠加法”等^[1,2]，在教学实践中学生对此普遍感到绘制过程繁琐、难懂，大大降低了学习兴趣，甚至直接影响到后续课程的学习。鉴于此，文章基于荷载与内力的微分关系及其对内力图的影响，结合多年教学实践提出“图形特征法”，求解出支座反力后，运用此方法便能快速、准确地绘制出静定梁在多种荷载作用下的剪力图和弯矩图。

一、梁上荷载分布与内力之间的关系

一般情况下，梁上荷载以竖向荷载为主，包括均布荷载、集中力和集中力偶等。

(1) 均布荷载

梁段上有均布荷载时，取微段 dx 分析，见 1 (a) 所示，

由 $\sum F_y = 0$ ： $F_s + dF_s + qdx - F_s = 0$ ，得

$$q = -\frac{dF_s}{dx} \quad (1)$$

由 $\sum M = 0$ ： $M + dM - M - F_s dx + \frac{1}{2} qd^2 x = 0$ ；得

$$F_s = \frac{dM}{dx} \quad (2)$$

基金项目：

安徽省教育厅高校质量工程项目“建筑工程技术专业教学创新与实践研究（2024jyxm1153）”“建筑工程技术专业教学创新团队（2023cxtd222）”和安徽省高校自然科学重点研究项目“基于神经网络的 TRC 约束混凝土柱轴压承载力及变形预测（2025AHGXZK30733）”阶段性研究成果。

作者简介：赵永胜（1992—），男，安徽濉溪人，硕士，讲师，研究方向：建筑结构理论教学与设计优化。

再由式(1)和(2)得

$$q = -\frac{dM}{dx} \quad (3)$$

式(1)~(3)即为梁的平衡微分方程,反映了梁上分布荷载集度 $q(x)$ 、剪力 $F_S(x)$ 和弯矩 $M(x)$ 之间的微分关系。式(1)表明,剪力图在某点的斜率 $dF_S(x)/dx$ 即梁上该点分布荷载集度 $q(x)$;式(2)表明,弯矩图在某点的斜率 $dM(x)/dx$ 即剪力图上该点剪力 $F_S(x)$ 。但式(1)~(3)成立的前提是 $F_S(x)$ 、 $M(x)$ 在对应的区段内为连续函数。

因此,利用平衡微分方程确定的荷载分布与内力的关系,在绘制梁的内力图时可快速判断梁段内力图的曲线形状,并进行内力图校核。当梁段无竖向荷载时,梁段上剪力为定值,剪力图则表现为一条水平直线。由式(2),梁段弯矩图为倾斜直线,倾斜方向由剪力的正负决定^[3]:当剪力为正时,直线由左到右向下倾斜;反之,向上倾斜。当梁段作用均布荷载(即 $q(x)=c$, c 为常数)时,该梁段剪力图则表现为倾斜直线,倾斜方向由均布荷载的方向决定: $q(x)$ 方向向下,直线从左至右向下倾斜;反之,向上倾斜,其斜率绝对值为均布荷载的数值($|k|=c$)。由式(3),梁段上弯矩图形状表现为抛物线,曲线的开口朝向由均布荷载的方向决定:均布荷载 $q(x)$ 方向向下,曲线开口向上,反之向下。

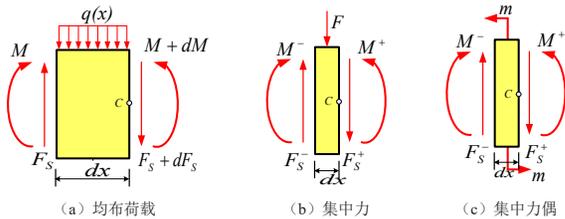


图1 常见荷载作用下梁段的内力分析图

(2) 集中荷载

梁段上有集中力时,取微段 dx 分析,如图1(b)所示,

表1 常见荷载作用下梁段上剪力图与弯矩图的曲线特征

	无荷载	$q(x)=\text{常数}$		集中荷载		集中力偶	
梁段荷载	$q(x)=0$	$q(x)<0$ 	$q(x)>0$ 				
剪力图(F_S)	水平直线 					无变化	无变化
弯矩图(M)	$F_S < 0$ 或 $F_S > 0$ 						

二、快速绘制方法

(一) 符号规定和绘图规则

内力的符号是根据其引起的杆件变形趋势规定的,且同一截面上内力符号是唯一的。文献^[1]规定:使微段有左上右下错动趋势的剪力为正,反之为负。使微段有向下变凸趋势的弯矩为正,即“下部受拉”弯矩为正,反之则为负。绘制内力图时,将正值剪力画在 x 轴上侧,正值弯矩画在梁的受拉侧,也就是 x 轴的下侧。

(二) 内力图绘制步骤

1. 求支座反力。在结构计算简图上将支座反力等同于梁上的外荷载,并示出实际指向。

由 $\sum F_y=0$: $F_S^+ + F = F_S^-$; 得 $F_S^- - F_S^+ = F$;

由 $\sum M=0$: $M^+ - M^- - \frac{1}{2}F_S dx + F dx = 0$; 当 $dx \rightarrow 0$, $M^+ = M^-$ 。

因此,集中荷载 F 使剪力在其作用处产生一个增量,增量的幅度就是 F ,剪力图出现跃变。由式(2),剪力在某点的跃变将引起该处弯矩斜率的改变,故弯矩图在集中力作用处将发生转折(有尖角),但弯矩值仍是连续的。剪力图的跃变方向与弯矩图尖角的朝向由集中荷载 F 的方向决定: F 向下,剪力图从左到右向下跃变,弯矩图尖角向下; F 向上,剪力图则向上跃变,弯矩图尖角向上。

(3) 集中力偶

梁段上有集中力偶时,取微段 dx 分析,见图1(c),

由 $\sum F_y=0$: $F_S^- = F_S^+$;

由 $\sum M=0$: $M^+ - M^- - \frac{1}{2}F_S dx + m = 0$; 当 $dx \rightarrow 0$, $M^- - M^+ = m$ 。

因此,集中力偶矩 m 使弯矩在其作用处产生一个增量,增量的幅度就是 m ,力偶顺时针,弯矩图从左至右向下跃变,力偶逆时针,弯矩图从左至右向上跃变(即顺流而下、逆流而上),但梁段剪力图的形状不受影响。

由式(2),剪力 $F_S=0$ 的截面上,弯矩取得极值。对式(2)积分,得

$$M(x) = \int F_S(x) dx + C_0 \quad (4)$$

(4)式表明,梁上任意截面的弯矩值 M 等于该截面左侧剪力图的面积与外力矩的代数和^[4]。

因此,当需要计算控制截面的剪力和弯矩值时,只需分别计算该截面左侧分布荷载图形的面积与剪力图的面积即可,不必再采用截面法列剪力和弯矩平衡方程求解,大大减少了计算量。

综上,文章给出常见荷载作用下梁段上的剪力图与弯矩图的曲线特征,如表1所示。

2. 根据荷载性质确定控制截面。控制截面主要包括^[5]:梁的支座、分布荷载起始位置、集中荷载和集中力偶矩作用位置及其两侧附近等。

3. 计算控制截面的剪力并绘图。根据分布荷载图形的面积与集中力情况计算控制截面的剪力值,查表1确定各相邻控制截面间剪力图形状,并左右依次连接各控制截面剪力值绘出剪力图。

4. 计算控制截面的弯矩并绘图。根据剪力图的面积与外力矩情况计算控制截面的弯矩值,查表1确定相邻控制截面间弯矩图的形状,依次连接各控制截面弯矩值绘出弯矩图。

5. 内力图校核。在铰支座或铰连接处,若无集中力偶矩,

其截面弯矩值应为零；在自由端截面，若没有集中力，其剪力值应为零，若无集中力偶矩，其弯矩应为零^[6]。

三、典型算例

某外伸梁承受均布荷载 q 、集中力 F 、集中力偶矩 M 作用（见图3），绘制此梁的剪力图和弯矩图。

1. 由静力平衡条件求得 A、B 支座的反力分别为： $F_{RA} = 3kN$ 、 $F_{RB} = 7kN$ ，并示出其实际指向，见图3（a）。

2. 作剪力图：根据梁上外荷载情况（ F_{RA} 和 F_{RB} 均视为外荷载），将梁分为 AC、CB 和 BD 三段，分析各梁段上荷载与剪力图的特征规律：AC 段上均布荷载向下，剪力图为从左至右倾斜向下的直线；CB 和 BD 段上无荷载作用，剪力图为水平直线，C 点处的集中力偶则不会影响各梁段上剪力图的曲线走向；A、B、D 三点处的剪力则会产生与集中力方向一致的跃变，幅度与该点力值相等。

因此，在作梁的剪力力图时，从左到右由 A 点出发，A 点处集中力方向向上，根据“左上右下”剪力为正，确定 A 点剪力 $F_s = 3kN$ ，因梁 AC 段剪力图向下倾斜，其斜率绝对值 $|k|=2$ ，C 点的剪力 $F_{SC} = (3-2 \times 4) kN = -5kN$ ，梁 CB 段剪力图为水平直线，延伸至 B 点左侧剪力 $F_{SB}^- = -5kN$ ；B 点有 $7kN$ 的集中力，剪力图应向上跃变 $7kN$ ，即 $(-5+7) kN=2kN$ ，故 D 点右侧剪力 $F_{SD}^R = 2kN$ ；梁段 BD 上无荷载作用，其剪力图应为水平直线，延伸到 D 点 $F_{SD} = 2kN$ ，整梁的剪力图见图3（b）。

3. 作弯矩图：梁 AC 段有均布荷载，其弯矩图为开口朝上的二次曲线，因 C 点有顺时针的集中力偶，弯矩图向下跃变，跃变值为集中力偶的数值；梁段 CB 上无荷载且剪力为负值，弯矩图从左至右为倾斜向上的直线，梁段 BD 上无荷载且剪力为正值，弯矩图从左至右为倾斜向下的直线。在集中力作用的 B 点处，弯矩图发生转折且尖角朝向与集中力的方向一致。在绘制弯矩图时，根据公式（4），只要计算出控制截面左侧剪力图的面积即可得到相应截面的弯矩值：

1. 铰支座 A 处无集中力偶，其截面弯矩 $M_A = 0$ ；

2. 距 A 支座 $1.5m$ 处的 E 截面，剪力为零，弯矩取得极大值（即 E 截面左侧剪力图的面积）：

$$M_{max} = M_E = \frac{1}{2} \times 3kN \times 1.5m = 2.25kN \cdot m ;$$

3. C 截面处有顺时针集中力偶，此处弯矩图有跃变：

C 截面处有左侧无外力矩，其弯矩 M_C^L 为 C 截面左侧剪力图面积的代数和：

$$M_C^L = \frac{1}{2} \times (3kN \times 1.5m - 5kN \times 2.5m) = -4kN \cdot m ;$$

C 截面右侧有外力矩，其弯矩 M_C^R 为 C 截面左侧剪力图的面积 M_C^L 与外力矩的代数和：

$$M_C^R = M_C^L + 10kN \cdot m = 6kN \cdot m .$$

4. B 支座处截面的弯矩值为支座左侧剪力图的面积与外力矩的代数和：

$$M_B = M_C^R - 5kN \times 2m = 6kN \cdot m - 5kN \times 2m = -4kN \cdot m ;$$

5. D 截面处为自由端且无集中力偶作用，其弯矩值： $M_D = 0$

根据上述控制截面弯矩值和表1中曲线特征逐段绘制，便可得到整个梁的弯矩图，如图3（c）所示。

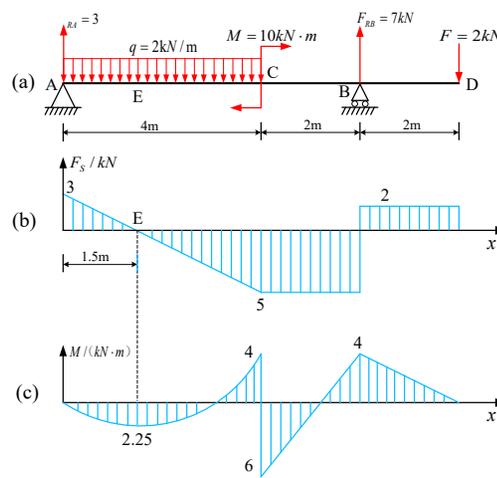


图3 某外伸梁的剪力图和弯矩图

四、结语

教学实践表明，运用“图形特征法”显著简化了内力分析和计算过程，根据荷载作用下梁段剪力图和弯矩图曲线特征，先绘出剪力图，再由剪力图面积求特征点弯矩，实现了快速、准确绘图。此方法不仅提升了教学效率，还为学生后续学习奠定了坚实基础，具有直观、易操作、适用性广的优点。但需注意，在教学过程中，静定梁内力求解最基础的方法—截面法仍需进行讲解，图形特征法可作为截面法的有益补充，以促进学生对内力分析深层次的理解与应用。

参考文献

[1] 周国瑾, 施美丽, 张景良. 建筑力学 [M]. 第五版. 上海: 同济大学出版社, 2016.
 [2] 刘鸿文. 材料力学 (I) [M]. 第6版. 北京: 高等教育出版社, 2017.
 [3] 岳桂杰, 张亮亮. “沿力走”法快速绘制材料力学内力图教学探索 [J]. 兰州工业学院学报, 2024, 31(02): 149-152.
 [4] 赵丽霞. 直梁内力图绘制方法研究 [J]. 黑河学院学报, 2023, 14(06): 186-188.
 [5] 张延, 王凤娇. 关键点弯矩值结合各段线形的弯矩图分段绘制方法研究 [J]. 安徽水利水电职业技术学院学报, 2018, 18(04): 76-79.
 [6] 猴勇, 裴红艳, 秦立平, 等. 直接法作静定多跨梁及刚架内力图 [J]. 湖北理工学院学报, 2017, 33(02): 68-72.